CDHK Chinesisch-Deutsches Hochschulkolleg
Tongji-Universität Shanghai
同濟大學中德學院

农业劳动力转移均衡研究—比较静态方法

Untersuchung ueber die gleichgewichtige Migration der Landwirtschaftlichen Arbeitskraefte mit vergleichend-statischen Methoden

A Study on Equilibrium Migration of Agricultural Labor with Comparative-Static Methods

胡景北 (Hu Jingbei)

经济发展文论 Jingji fazhan wenlun
Arbeitspapiere für Wirtschaftsentwicklung
Working Papers for Economic Development

03/2011

同济大学中德学院经济发展研究所
Institut für Wirtschaftsentwicklung
Institute for Econommic Development

国际标准刊号：ISSN No 1860 2207

目录/Gliederung/Contents

中文提要/Chinesische Zusammenfassung/Chinese Abstract

本文把农业劳动力向非农部门转移视为非农劳动比重（非农比）上升的过程并定义非农比上升速度为非农比在两相邻时点的变化量。本文然后总结胡景北对特定时点上非农比均衡的研究和对非农比上升速度均衡的定义，并重点探讨了非农比升速均衡的存在性问题。本文发现利用比较静态方法，以农业工资由农业劳动平均产量决定、非农工资由非农劳动边际产量决定为特征的胡景北的基本模型在一定程度上存在非农比升速均衡的可能性。本文最后用 Cobb-Douglas 生产函数为例说明农劳比升速均衡的某些经济学涵义。

英文提要/Englische Zusammenfassung/English Abstract

The present paper sees migration of agricultural labor forces into nonagriculture as the ascending process of nonagricultural labor share (NLS) and defines the ascent velocity of the NLS as a change in NLS between two neighboring time points. It then summaries the earlier researches by Hu on equilibrium of the NLS at a certain time point and his definition of equilibrium ascent velocity of the NLS, and investigates in detail the existence of the equilibrium ascent velocity. It uses Hu's basic model characterized by both that agricultural wage rate is determined by average product of agricultural labor and that nonagricultural one by marginal product of nonagricultural labor and finds with the comparative static methods that the ascent velocity equilibrium may exist in the framework of the model in a certain sense. Finally, this paper will explain some economic reasonings of the equilibrium with the example of the Cobb-Douglas production functions.

关键词：农业劳动力转移均衡 农业劳动力转移率 非农劳动比重上升速度
Keywords: Equilibrium Migration of Agricultural Labor, Rate of Migration of Agricultural Labor, Ascent Velocity of Nonagricultural Labor Share
JEL Classifications: E10, O10, O53

———————————————————————————————————

作者/Autor/Author: 胡景北（Hu, Jingbei）
电子信箱/Email：jingbeihu@yahoo.com

农业劳动力转移均衡研究

----比较静态方法 [1]

在近三年发表的一系列工作论文中，胡景北 (2008a, 2008b, 2009a, 2010a, 2010b；Hu, 2009, 2011)提出了农业劳动力转移速度及其均衡的问题并对此做出了一定的理论和经验研究。用L表示劳动力，上标A和N分别表示农业和非农业，l表示非农业劳动力占总劳动力的比重(下面简称非农比)，[2] 则在时点t有

$$(1) \qquad l_t=\frac{L^N{}_t}{L_t}，\ 1-l_t=\frac{L^A{}_t}{L_t}$$

$l\in(0, 1)$。农业劳动力向非农部门转移可以用非农比上升来表述。胡景北认为非农比上升是人类目前所处的非农化阶段的重要特征。本文假设非农化阶段或农劳比上升过程是一个可以明确定义其时间起点和终点且时间长度有限的过程。用 **t** 表示非农比上升的时点集合，**t**=(1, 2, …, i-1, i, j, k, k+1, …, t, …, N) 是一个可数、有序且有限的自然数集，其中任何一个时点可明确定义且 N 是一足够大的有限数。**t** 集合中的自然数大小顺序表示非农比上升过程的时间先后顺序。用 h 和 a 分别表示非农比上升的速度和加速度，它们的定义在离散情况下是

$$(2) \qquad h_{i,j}\equiv l_j-l_i=\Delta l_{i,j}$$

$$(3) \qquad a_{i,j;\,j,k}\equiv h_{j,k}-h_{i,j}=\Delta h_{i,j;\,j,k}$$

i、j、k$\in$**t** 且 j=i+1, k=j+1，在连续情况则是

$$(4) \qquad h_t\equiv \lim_{\Delta t\to 0}\frac{l(t+\Delta t)-l(t)}{\Delta t}=\frac{dl}{dt}$$

$$(5) \qquad a_t\equiv \lim_{\Delta t\to 0}\frac{h(t+\Delta t)-h(t)}{\Delta t}=\frac{dh}{dt}=\frac{d^2 l}{dt^2}$$

---

[1] 本文的部分内容来自笔者最近三年发表并在参考文献中列出的若干工作论文。笔者感谢陈体标和张艺对本文初稿的批评和修改建议。

[2] 文献中习惯用农业劳动比重(农劳比)即(1)中的 ($1-l_t$)研究农业和非农业的经济结构变化与经济发展。胡景北在参考文献中列出的论文里亦使用农劳比概念。由于非农比=1-农劳比，所以关于农劳比的经验和理论研究很容易转变为关于非农比的研究。

其中 $t \in \mathbf{t}$。h 又可称为农业劳动力转移率。本文将利用 (2) 研究非农比上升速度。这意味着本文将利用比较静态的研究方法。这样做的优点是便于阐述农劳比升速的经济学含义，同时为非农比升速的动态研究做若干理论准备。

2. 时期的定义

比较静态方法要求比较经济在两个不同时点的状况。两不同时点规定了一个时期。经济在该时期内变化并造成其在两时点的区别。然而，引入时期就不能回避时期内无限可分的问题，因此时期尤其是短期需要定义。本文定义时点短期和时段短期。$t \in \mathbf{t}$时点短期指的是$t \in \mathbf{t}$时点邻域内一段非常短暂的时期，期间资本和劳动力总量是常数，资本的部门配置不发生变化，但就业及其部门配置可以变化，即劳动力可以就业、失业并在农业与非农业两部门间流动。$t \in \mathbf{t}$时段短期则指两相邻时点$t \in \mathbf{t}$和$t+1 \in \mathbf{t}$之间的时期，期间资本总量及部门配置可以通过一次性的投资而发生变化，劳动力既可以流动、就业失业，劳动总量也可以发生一次性增长。显然，与容许资本和劳动总量持续增长的长期相比，时段短期依然是短期。[3] 在包括农业和非农业的两部门分析中，L、L^A和L^N是存量，l标示L在$\mathbf{t}$内某一时点上的部门配置，h则标示l在$\mathbf{t}$内两个时点确定的某一时段内的变化。为了理解l的上升机制，我们需要理解l和h的均衡。但l和h的均衡分别发生在$\mathbf{t}$内的时点和时段短期，因此我们需要这两种短期概念。

3. 基本假设

为了纯粹地分析非农比升速变化，本文做出若干需要特别明确的假设：

1）经济中仅仅存在农业和非农业两个部门。

2）农产品仅仅用以消费，非农产品可以消费也可以投资。

3）农业劳动生产率显著低于非农劳动生产率。由于两部门生产率只有通过统一的价格

---

[3] 时段短期含有许多可进一步细分的时点和相应细分的时期。用1, 2, ⋯, n 表示时段$(t, t+1) \in \mathbf{t}$ 内的第一级细分，我们可以识别出细分时点 t+1, t+2, …, t+n, …, t+1-1以及这些时点之间的细分时期。不过，这一无限细分的可能性不影响本文对两类短期的定义。

才能比较，所以本假设的含义是农业劳动的平均产值显著低于非农劳动的平均产值。

4）农业工资由农业劳动的平均产品决定。具体地说，农民用会计法从总产品中扣除包括雇工费用在内的所有非本人劳动投入的成本，把剩下的全部产品视为自己的劳动收入。换句话说，农民不计算自己非劳动投入的机会成本。

5）非农产业工资由非农劳动的边际产品决定。

6）每个家庭仅仅由一个劳动力组成。

下面是一些仅仅为了建立基本模型而做出的假定

7）劳动力总量给定

8）充分就业，因此一个劳动力不在农业便在非农产业就业。

9）资本总量和其部门配置给定。

10）用于农产品消费的收入是总收入的一个固定比率。

4. 非农比均衡的基本模型

本节观察 l 在时点 $t\in\mathbf{t}$ 的均衡。由于本节仅仅讨论经济在时点 $t\in\mathbf{t}$ 及其邻域的状况，因此我们略去时间下标。l 均衡的基本模型如下

(4.1) $\quad \mathrm{Y} = p\mathrm{Y}^{\mathrm{A}} + \mathrm{Y}^{\mathrm{N}}$

(4.2) $\quad \mathrm{Y}^{\mathrm{A}} = f^{\mathrm{A}}[(1-\theta)\mathrm{K}, (1-l)\mathrm{L}]$

(4.3) $\quad \mathrm{Y}^{\mathrm{N}} = f^{\mathrm{N}}[\theta\mathrm{K}, l\mathrm{L})$

(4.4) $\quad w^{\mathrm{A}} = \dfrac{f^{\mathrm{A}}}{(1-l)\mathrm{L}}$

(4.5) $\quad w^{\mathrm{N}} = \dfrac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}$

(4.6) $\quad pw^{\mathrm{A}} = w^{\mathrm{N}}$

(4.7) $\quad p\mathrm{Y}^{\mathrm{A}} = c\mathrm{Y}$

(4.8) $\quad \mathrm{L} = \mathrm{L}^{*}$

(4.9) $K = K^*$

(4.10) $\theta = \theta^*$

(4.11) $c = c^*$

模型所用符号的含义如下：

Y：总产值或总收入；Y^A：农业实物产量；Y^N：非农实物产量；K：总资本，大于零的有限数，L：总劳动，大于零的有限数；w^A：农业实物工资；w^N：非农实物工资；p：以非农产品为单位计算的农产品相对价格；设农产品和非农产品的货币价格为 p^A 与 p^N，则有 $p= p^A/p^N$，$p\in(0,\infty)$；θ：非农资本占总资本比重，$\theta\in(0, 1)$；l：非农比；c：农产品消费倾向即用于农产品消费的收入占总收入比重，$c\in(1, 0)$。上标*表示常数。

模型有 11 个变量，其中 Y，Y^A，Y^N，p，l，w^A 和 w^N 七个变量在模型内决定；K，θ，L 和 c 四个变量外生决定。

模型中各个方程的含义如下：

(4.1)：总产值决定，其中 p 是相对价格。

(4.2)：农业产量决定

(4.3)：非农产量决定

(4.4)：农业工资决定

(4.5)：非农工资决定

(4.6)：工资均衡（劳动市场均衡条件）

(4.7)：农产品供求平衡（商品市场均衡条件）

(4.8)：充分就业假设与常数假设

(4.9) - (4.11)：常数假设

设 f^A、f^N 连续且至少二次可微，f^A、f^N 满足 Inada 条件，但有两个例外：

(4.2a) $f^A[(1-\theta)K\rightarrow 0]>0, f^A[(1-l)L\rightarrow 0]>0, f^A[(1-\theta)K\rightarrow 0, (1-l)L\rightarrow 0]>0$

(4.2b) $f^A[(1-l)L\rightarrow L]\rightarrow Z>0$，$f^N(lL\rightarrow L)\rightarrow W>0$ (W、Z: 有限数)

5. 基本模型求解

为解上一节的模型，将 (4.4) 和 (4.5) 代入(4.6) 并解出 p 得到

$$(5.1)\qquad p^{\mathrm{L}}=\frac{(1-l)\mathrm{L}}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}$$

其中上标 L 表示劳动市场。注意(4.2a)，$f^{\mathrm{A}}>0$。(5.1)对 l 求导得

$$(5.2)\qquad \frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{L}}}{\mathrm{d}l}=-\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+(1-l)\mathrm{L}^{2}\frac{1}{(f^{\mathrm{A}})^{2}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}[(1-l)\mathrm{L}]}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+(1-l)\mathrm{L}^{2}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}^{2}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})^{2}}$$

$$=\frac{\mathrm{L}}{(f^{\mathrm{A}})^{2}}\{-f^{\mathrm{A}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+(1-l)\mathrm{L}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}[(1-l)\mathrm{L}]}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+(1-l)\mathrm{L}f^{\mathrm{A}}\frac{\mathrm{d}^{2}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})^{2}}\}$$

$$=\frac{\mathrm{L}}{(f^{\mathrm{A}})^{2}}\{f^{\mathrm{A}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}[-1+\frac{(1-l)\mathrm{L}}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}[(1-l)\mathrm{L}]}]+(1-l)\mathrm{L}f^{\mathrm{A}}\frac{\mathrm{d}^{2}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})^{2}}\}$$

$$=\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}[-(1-e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}})\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+(1-l)\mathrm{L}\frac{\mathrm{d}^{2}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})^{2}}]<0$$

其中 $e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}\in(0,1)$代表农业的劳动产量弹性。$\mathrm{d}p^{\mathrm{L}}/\mathrm{d}l<0$ 是因为

$$1-e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}>0,\quad \frac{\mathrm{d}^{2}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})^{2}}<0.$$

把商品市场均衡方程 (4.7) 改写为

$$p^{\mathrm{G}}\mathrm{Y}^{\mathrm{A}}=c(p^{\mathrm{G}}\mathrm{Y}^{\mathrm{A}}+\mathrm{Y}^{\mathrm{N}})=cp^{\mathrm{G}}\mathrm{Y}^{\mathrm{A}}+c\mathrm{Y}^{\mathrm{N}}$$

其中上标 G 表示商品市场。整理上式并求解 p^{G} 得到

$$(5.3)\qquad p^{\mathrm{G}}=\gamma\frac{\mathrm{Y}^{\mathrm{N}}}{\mathrm{Y}^{\mathrm{A}}}=\gamma\frac{f^{\mathrm{N}}}{f^{\mathrm{A}}}$$

其中

$$(5.4)\qquad \gamma=\frac{c}{1-c}$$

$\gamma>0$ 且 $\gamma>c$。γ 表示农业和非农产值之比。由于

$$(5.5)\qquad \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}\gamma}=\frac{1}{(1+\gamma)^{2}}>0,$$

两者变化方向相同，因此本文下面常用 γ 代表 c 表示农产品消费倾向的变化。注意 γ 也是经济结构变化的重要指标。(5.3)对 l 求导得

$$\text{(5.6)}\qquad \frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{G}}}{\mathrm{d}l}=\gamma\mathrm{L}\frac{1}{(f^{\mathrm{A}})^{2}}f^{\mathrm{N}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}[(1-l)\mathrm{L}]}+\gamma\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}$$

$$=\gamma\mathrm{L}\frac{1}{(f^{\mathrm{A}})^{2}}\{f^{\mathrm{N}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}[(1-l)\mathrm{L}]}+f^{\mathrm{A}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}\}>0$$

不失一般性，我们在图 5.1 中把 p^{L} 和 p^{G} 绘为两条直线且 $p^{\mathrm{L}}(l)$单调下降、$p^{\mathrm{G}}(l)$ 单调上升。$p^{\mathrm{L}}(l)$、$p^{\mathrm{G}}(l)$分别代表劳动市场和商品市场均衡时 p 和 l 的变化关系。

经济学解释：在劳动市场上，由于 l 越小，劳动力配置在农业越多，农业实物工资 w^{A} 相对于 w^{N} 便越低，为了维持劳动市场均衡即避免劳动力转出农业，农产品相对价格 p 必须越高；反之，l 越大，w^{A} 相对于 w^{N} 便越高，为避免劳动力转入农业，p 必须越低。所以 $p^{\mathrm{L}}(l)$单调下降。在商品市场上，l 越小，农产量越高，而总收入越低，由此引出的农产品需求越小，商品市场越可能供过于求，为了维持商品市场均衡，p 必须越低；反之，l 越大，农产量越可能低于需求，为了保证市场均衡，p 必须越高。所以 $p^{\mathrm{G}}(l)$ 单调上升。

在图 5.1 中，如果经济落在 $l=l^{\#}$，劳动市场均衡所要求的 p 将低于商品市场均衡的要求；在 $l=l^{*}$时，前者要求的 p 又将高于后者的要求。在这两种情形下都只有一个市场能够均衡。可一个市场的均衡不稳定。若劳动市场均衡，商品市场不均衡，p 将波动；p 变动将立即导致农业和非农业相对工资波动，劳动力将相应转移，劳动市场失去均衡，l 必须调整。如果商品市场均衡，劳动市场不均衡，l 将波动； l 波动意味着农产量和非农产量以及总收入都

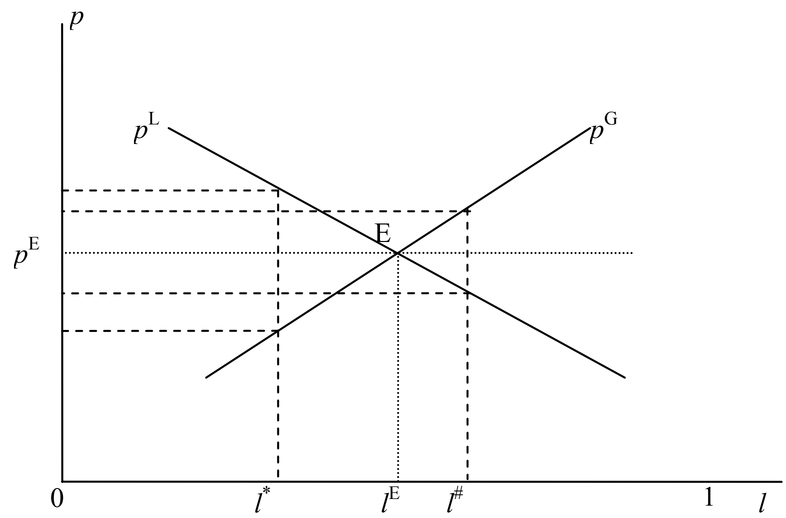

图 5.1 非农比和相对价格的均衡

将变化，商品市场供求将波动，因此商品市场失去均衡，p 必须调整。所以，图 5.1 的 l^* 与 $l^{\#}$都不是经济体系的均衡点。经济只能在 l^{E} 均衡，其时有

$$(5.7) \qquad p^{\mathrm{L}}(l^{\mathrm{E}}) = p^{\mathrm{G}}(l^{\mathrm{E}}) = p^{\mathrm{E}}(l^{\mathrm{E}})$$

显然，基本模型虽然有 7 个变量，但 l 和 p 是基本变量。求出了 l 和 p，我们很容易求出其它 5 个变量。为证明模型解$(l^{\mathrm{E}}, p^{\mathrm{E}})$存在，联立(5.1)和(5.3)以消去 p 并整理得

$$(5.8) \qquad \frac{(1-l)\mathrm{L}}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})} = \gamma\frac{f^{\mathrm{N}}}{f^{\mathrm{A}}}$$

$$\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})} = \gamma\frac{f^{\mathrm{N}}}{(1-l)\mathrm{L}}$$

(5.8)只有一个变量 l。令 G(l)为 l 的函数：

$$(5.9) \qquad \mathrm{G}(l) = \gamma\frac{f^{\mathrm{N}}}{(1-l)\mathrm{L}} - \frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}$$

$\mathrm{G}(l) \in (-\infty, \infty)$连续且至少一次可微。注意 L 是有限数。令 W 和 S 分别为一大或小的有限数，由于 $\lim_{l\to 1} f^{\mathrm{N}} \to \mathrm{W}$，$\lim_{l\to 1}(1-l)\mathrm{L} \to 0$ 和 $\lim_{l\to 1}\{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}/\mathrm{d}(l\mathrm{L})\} \to \mathrm{S}$，所以 $\lim_{l\to 1}\mathrm{G}(l) \to \infty$。另一方面，由于 $\lim_{l\to 0} f^{\mathrm{N}} \to 0$、$\lim_{l\to 0}\{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}/\mathrm{d}(l\mathrm{L})\} \to \infty$，所以 $\lim_{l\to 0}\mathrm{G}(l) \to -\infty$。根据介值定理

(Intermediate Value Theorem)，必定存在一个或一些 $l^{\mathrm{E}}\in l$ 使得 $\mathrm{G}(l^{\mathrm{E}})=0$，所以(5.6)成立。为证明 l^{E} 的唯一性，我们求 G 的导数为

$$(5.10)\qquad \frac{\mathrm{dG}}{\mathrm{d}l}=\gamma\mathrm{L}\frac{1}{(1-l)\mathrm{L}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+\gamma\mathrm{L}\frac{1}{[(1-l)\mathrm{L}]^2}f^{\mathrm{N}}-\mathrm{L}\frac{\mathrm{d}^2f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})^2}>0$$

由于$(f^{\mathrm{N}})''<0$，所以(5.8)右侧三项皆大于零，因此 $\mathrm{dG}/\mathrm{d}l>0$。它表示 $\mathrm{G}(l)$严格单调上升，只有一个 $l^{\mathrm{E}}\in l$ 能够让(5.8)成立并实现图 5.1 中的两市场同时均衡 $p^{\mathrm{E}}(l^{\mathrm{E}})$。

经济学解释：劳动市场和商品市场共同均衡解$(l^{\mathrm{E}}, p^{\mathrm{E}})$表示当农产品相对价格为 p^{E} 时，数量为$(1-l^{\mathrm{E}})$L 的农业劳动的平均产量正好等于数量为 l^{E}L 的非农劳动的边际产量，劳动市场均衡；同样在 p^{E} 时，数量为$(1-l^{\mathrm{E}})$L 的农业劳动生产的农产量，又正好等于他们和数量为 l^{E}L 的非农劳动共同生产出来的总收入所引出的对农产品的需求，商品市场均衡。根据瓦尔拉斯定理，另一个市场即非农产品市场亦实现供求均衡。

6. 基本模型图解

我们用图形进一步解释基本模型和两市场共同均衡。在图 6.1 中，横轴表示 L 及其部门配置，其中农业劳动从左原点开始、非农劳动从右原点开始。图 6.1 的纵轴表示用非农产品标价的产值。图中的虚纵直线是劳动的部门配置线。AB 线表示的劳动配置比是 l。图 6.1 和基本模型各方程的对应关系如下：

方程(4.2)对应从左原点引出的农业实物生产函数曲线，但乘上 p 后成为农业产值曲线。

方程(4.3)对应从右原点引出的非农实物和产值生产函数。

方程(4.1)对应的总产值曲线没有出现在图中。它应当是从右纵轴上某一大于零的点引出的向左上方并偏上延伸的曲线，表示总产值随劳动力向非农部门转移而不断上升。在每一条劳动配置线上，(4.1)在纵轴的取值是(4.2)和(4.3)与配置线的交点所对应的纵轴值之和。

方程(4.4)对应左下方的夹角 α，其正切表示农业工资。

方程(4.5)对应右上方的夹角 β，其正切表示非农部门工资。

方程(4.6)对应点 A，在该点上 $\alpha=\beta$，两部门工资相等。

方程(4.7)的左侧对应农业产值生产函数曲线，右侧对应农产品需求曲线。由于 Y 从右

纵轴的某个点向左上方偏上延伸，农产品需求曲线 cY 也从右纵轴的某个点向左上方延伸，但比 Y 平缓得多。方程(4.7)左右侧合起来对应的是点 A，在该点上农产品产值曲线和需求曲线相交，农产品供求相等。

方程(4.8)对应横轴，两个部门的劳动投入总和等于总劳动。

方程(4.9)和(4.10)确定农业和非农业资本投入，它们帮助确定农业和非农生产函数曲线的位置和形状。

方程(4.11)帮助确定农产品需求曲线的位置和形状。

显然，图 6.1 中的点 A 是劳动市场和商品市场共同均衡点，因为在 A 上，$\alpha=\beta$，两部门工资相等，劳动市场均衡；$p\mathrm{Y}^{\mathrm{A}}=c\mathrm{Y}$, 农产品供求相等，商品市场均衡，因此对应 A 的$(l, p)=(l^{\mathrm{E}}, p^{\mathrm{E}})$是均衡价格和均衡劳动配置比，$l^{\mathrm{E}}$ 也是非农比上升过程中任意时点的均衡值。这里，我们把点 A 对应于时点 $\mathrm{t}\in\mathbf{t}$。在 $\mathrm{t}\in\mathbf{t}$ 的邻域即时点短期内劳动力流动、农业和非农业产量变动、价格波动并趋向于点 A 而实现均衡。不过，时点短期的劳动力流动不是本文讨论意义上的劳动力转移。

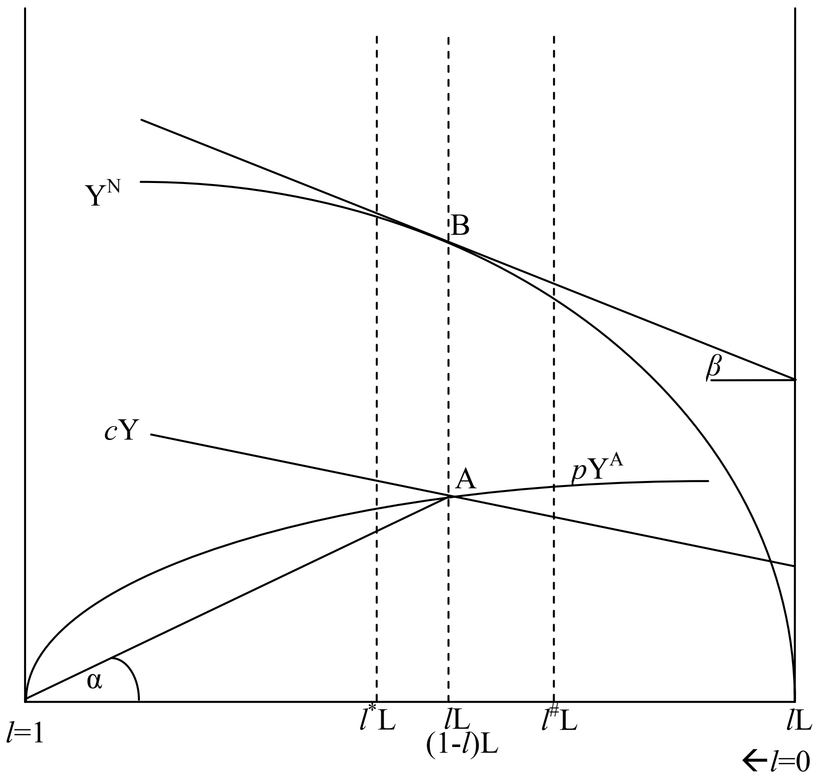

图 6.1 劳动市场和商品市场共同均衡

非农比上升的长期经济增长效应：在图 6.1 中，根据农业低生产率假设，pY^A 曲线的上扬坡度比 Y^N 缓得多。所以，如果 $l\rightarrow0$，图 6.1 中的 pY^A 不断向右延伸并越来越成为水平线，pY^A 和右纵轴的交点将表示该经济没有非农部门，$Y=Y^A=\min Y$。随着劳动力从农业转入非农业，在价格不变的前提下，由于转出到非农业的劳动力在非农业生产的产值大于他们转出农业后农业产值的减少量，因此总产值将随着劳动力转出农业而提高，也就是说，只要还没有达到 $l\rightarrow1$ 的邻域，l 从 0 向 1 的提高将不断提高 Y。而 Y 曲线的轨迹将由相应于 l 的每一个值的劳动配置线上的 A、B 两点之和决定。

非农比变化的短期相对价格效应：在图 6.1 中，若参数不变，随着劳动力转出农业，劳动配置线移到 AB 线左侧，农业产值将减少，农产品需求将增加，为维持两市场均衡，农产品相对价格必须提高以引致劳动力转入农业，恢复均衡；反之，若劳动配置线落到 AB

线右侧，农业产值增加，农产品需求下降，因此相对价格将降低并促使劳动力转出农业以恢复均衡。因此，相对价格是一种在短期内推动非农比趋向两市场均衡点 A 的机制。

非农比升速均衡机制：非农比的经济增长效应解释了非农比的长期上升，非农比的相对价格效应解释了非农比上升所受到的短期约束。两者的共同作用将非农比的上升速度限制在某个范围内。下面我们便转向非农比升速的均衡问题。

7. 非农比升速均衡定义

本节从图 6.1 确定的均衡非农比 l 出发考察非农比上升速度及其均衡。这里先明确几个要点：

(1) 上两节对 l 在集合 $\mathbf{t}$=(1, 2, …, i-1, i, j, k, k+1, …, t, …, N)中任意时点 $t\in\mathbf{t}$ 邻域均衡的论述适用于 l 在 t 集合中所有时点邻域的均衡。

(2) 劳动力转移是流量，发生在 $\mathbf{t}$ 内两相邻时点定义的时期内，而非一个时点的邻域内，因此本节考虑时段短期的均衡或劳动力转移均衡。

(3) $\mathbf{t}$ 集合中的任意时点 $i\in\mathbf{t}$ 可以用向量 $\mathbf{V}_i=(K_i, \theta_i, L_i, c_i; l_i, p_i)$表征，其中分号前后的量分别是外生参数与内生变量。每套参数$(K_i, \theta_i, L_i, c_i)$有且仅有一套解$(l_i, p_i)$。因此，不同时点等价于不同的 $\mathbf{V}$，或者说时点 $i\in\mathbf{t}$ 是用 $\mathbf{V}_i$ 定义的。

(4) 已知时期$(i, i+n)\in\mathbf{t}$，$i\in[1, N-n]$, $n\in[1, N-1]$且n足够大，根据历史经验，参数和变量的变化趋势如下：[4]

$$K_{i+n}>K_i,\ \theta_{i+n}>\theta_i,\ L_{i+n}>L_i,\ c_{i+n}<c_i,\ l_{i+n}>l_i$$

上述趋势在非农比上升的整个阶段 $\mathbf{t}$=[1, N]亦成立。但上述趋势在两个相邻时点 $i\in\mathbf{t}$ 和 $j\in\mathbf{t}$ 且 j=i+1 定义的时段短期$(i, j)\in\mathbf{t}$ 不一定成立。在时段短期中，参数与变量可能朝任何方向变化。就本文特别关心的非农比而言，长期中存在 $l_{i+n}>l_i$，但短期中不一定存在 $l_j>l_i$。

设想非农比 l 在时段短期$(i, j)\in\mathbf{t}$ 发生符合其长期趋势的变化，即 $\mathbf{V}_j\neq\mathbf{V}_i$ 且 $l_j>l_i$，劳动力转出农业，非农比升速为 $h_{i,j}=l_j-l_i$。我们的目标是找出均衡升速 $h^E_{i,j}$。由于 l_i 和 l_j 分别是时点

[4] 注意 θ 和 l 的长期变化趋势反映 Petty-Clark 规律或 Kuznets 事实，c 的长期趋势反映 Engel 定律。这些长期趋势都属于经济学中的“结构变化研究”领域与发展经济学研究领域。本文把 l 视为某种“目标变量”，而把其他参数或变量视为“工具变量”。

$i \in \mathbf{t}$ 和 $j \in \mathbf{t}$ 的均衡非农比，l_i 和 l_j 的特征无法确定 $h_{i,j}=h^E_{i,j}$ 与否。我们用反证法说明这一点。若 l_i 和 l_j 的均衡特征意味着 $h_{i,j}=h^E_{i,j}$，则因为 $\mathbf{V}_i$ 和 $\mathbf{V}_j$ 一定成立，所以 $h_{i,j}\equiv h^E_{i,j}$，非均衡的非农比升速不存在。因此，如果非农比升速可能非均衡，则存在 $h_{i,j}\neq h^E_{i,j}$，而 $h^E_{i,j}$ 将需要用其他量的变化来定义。

本文定义均衡非农比升速如下：当且仅当农产品相对价格p在两相邻时点$i \in \mathbf{t}$和$j \in \mathbf{t}$且 $j=i+1$ 之间存在$p_j=p_i$，由该两时点定义的时段$(i, j) \in \mathbf{t}$内非农比升速$h_{i,j}$为该时段的均衡升速$h^E_{i,j}$。[5]

换句话说，如果$\mathbf{V}_j$的解子集为$(l_j, p_j)=(l_j, p_i)$，我们便称$h^E_{i,j}=l_j-l_i$为时段(i, j)内的非农比均衡升速。显然，若总劳动L不变，$H^E_{i,j}=h^E_{i,j}L$是该时段的农业劳动力均衡转移量。[6]

经济学含义：非农比均衡升速定义表示只要农产品相对价格在非农比变化前后保持不变，非农比变化量就是非农比均衡升速，相应的转移劳动量便是均衡转移量。反过来说，只要相对价格波动，非农比升速就不是均衡的。因此，非农比升速是否均衡可以通过相对价格是否波动来识别。非农比升速均衡定义的另一个含义不那么直接。相对价格波动常常要求包括劳动市场调整在内的经济调整，劳动市场调整则意味着非农比升速波动。而相对价格稳定意味着劳动市场不需要为吸收相对价格波动而调整，l 不需要因此而变动。所以，本节的均衡升速定义排除了非农比升速为吸收相对价格波动而发生的变化。

回到图 5.1。定义当且仅当非农比升速在每一时段短期均衡，非农比上升过程均衡。本节的非农比升速均衡定义意味着图 5.1 中非农比上升的均衡路径是直线 p^EE，农产品相对价格在整个非农比均衡上升过程中不变。

---

[5] 本文的均衡升速定义在某种程度上假设了 p 不变的长期趋势。现有的经验研究难以确证 p 的长期趋势，经济学家对 p 的长期趋势亦没有形成共识。本文用不变 p 定义升速均衡的第一个理由是即使 p 在长期中上升或下降，但在短期中，p 的“剧烈”上升或下降会引致经济波动和调整。为避免这样的波动和调整，短期中 p 至少应当在下述意义上稳定，即 p 符合其长期趋势的上升或下降不造成经济波动。作为研究该意义上 p 稳定的第一步，我们也许需要研究短期中 p 不变的条件。就此而言，本文可以视为包括 p 符合其长期上升或下降趋势而变化的农劳比上升过程研究的第一步。用 p 不变定义升速均衡的第二个理由类似于 Kaldor (1961)提出 Kaldor 典型事实时使用的理由。如果 p 长期中上升，则到未来某一时点，一单位农产品也许可以换得当时生产的所有非农产品；如果 p 在长期中下降，一单位非农产品则可能在未来某个时间换得全部农产品。假设非农比上升的时间过程 $\mathbf{t}$ 足够长，$N \in \mathbf{t}$ 足够大，为了避免上述两种可能性出现在非农比上升过程中，p 不存在上升或下降的长期趋势也许是必要的假设。

[6] 若 L 可变，$L_i \neq L_j$，则有 $H^E_{i,j}=h^E_{i,j}[(L_i+L_j)/2]$。

8. 非农比升速均衡的图解

本节和下一节讨论用相对价格不变定义的非农比升速均衡的存在性。已知 $i\in\mathbf{t}$ 和 $j\in\mathbf{t}$ 且 j=i+1 定义的时段短期$(i, j)\in\mathbf{t}$属于非农比上升过程。设 $\mathbf{V}_i=(K_i, \theta_i, L_i, c_i; l_i, p_i)$和 $\mathbf{V}_j=(K_j, \theta_j, L_j, c_j; l_j, p_j)$且 $\mathbf{V}_i\neq\mathbf{V}_j$，$\mathbf{V}_i$ 已知。假定资本形成后便不能在两部门间转移且不存在折旧。这样，仅仅在 $K_j\neq K_i$ 时，经济才可能有 $\theta_j\neq\theta_i$。所以在 $\mathbf{V}_i$ 的四个参数里，只有 K、L 和 c 可以自主变化。非农比上升过程最显著的特征之一是资本迅速增加。为简化讨论，本节假设 $L_j=L_i$ 以集中观察 $K_j>K_i$ 时经济如何实现 $p_j=p_i$ 的时点和时段均衡，或者说由 K 变化引致的 θ、γ 和 l 在时段$(i, j)\in\mathbf{t}$内的变化是否能够在 $K_j>K_i$ 以及 $L_j=L_i$ 前提下使得 $p_j=p_i$。这个问题的经济学含义是在本文基本模型的框架内，资本增加以后，资本与劳动两者部门配置的变化以及农产品消费倾向变化是否可能使得相对价格在资本增加前后不变。本节将用图形研究这个问题。下一节则用数学方法。

根据所提出的问题，已知 $K_j>K_i$。令 $\Delta K_j=K_j-K_i>0$。设 $\Delta K_j=\Delta K^A{}_j+\Delta K^N{}_j$，$\Delta K^A{}_j\geq0$，$\Delta K^N{}_j\geq0$，所以 $K^A{}_j\geq K^A{}_i$，$K^N{}_j\geq K^N{}_i$，因此资本增加后 $p_iY^A{}_j$ 和 $Y^N{}_j$ 曲线以及 Y_j 曲线不变或上扬, 两时点上的总收入 Y 曲线没有绘出，但若 p 不变，Y 将因资本增加而提高，$Y_j>Y_i$。我们设

$$(8.1)\qquad c_t=c_t(Y_t)$$

且

$$(8.2)\qquad \frac{dc_t}{dY_t}<0$$

与

$$(8.3)\qquad \frac{dpY^{A,D}{}_t}{dc_t}\left|\frac{dc_t}{dY_t}\right|>0$$

$t\in\mathbf{t}$，$pY^{A,D}=cY$ 代表农产品需求。(8.1)假设农产品消费倾向是当期总收入的函数，(8.2)和(8.3)分别指出农产品消费倾向随总收入提高而降低、农产品需求随总收入提高而上升。由于在$(i, j)\in\mathbf{t}$ 中 K 增加，所以 $Y_j>Y_i$，$c_j<c_i$，但 $c_jY_j>c_iY_i$。下面的图 8.1 用细线表示时点 $i\in\mathbf{t}$ 状况，粗线表示 $j\in\mathbf{t}$ 状况，A_i、A_j 表示两市场共同均衡点。对应 A_j，$\alpha_j=\beta_j$，劳动市场均衡；$c_jY_j=p_jY^A{}_j$，

商品市场均衡，均衡解为(l_j, p_j)。我们考虑 $p_j=p_i$ 的可能性。

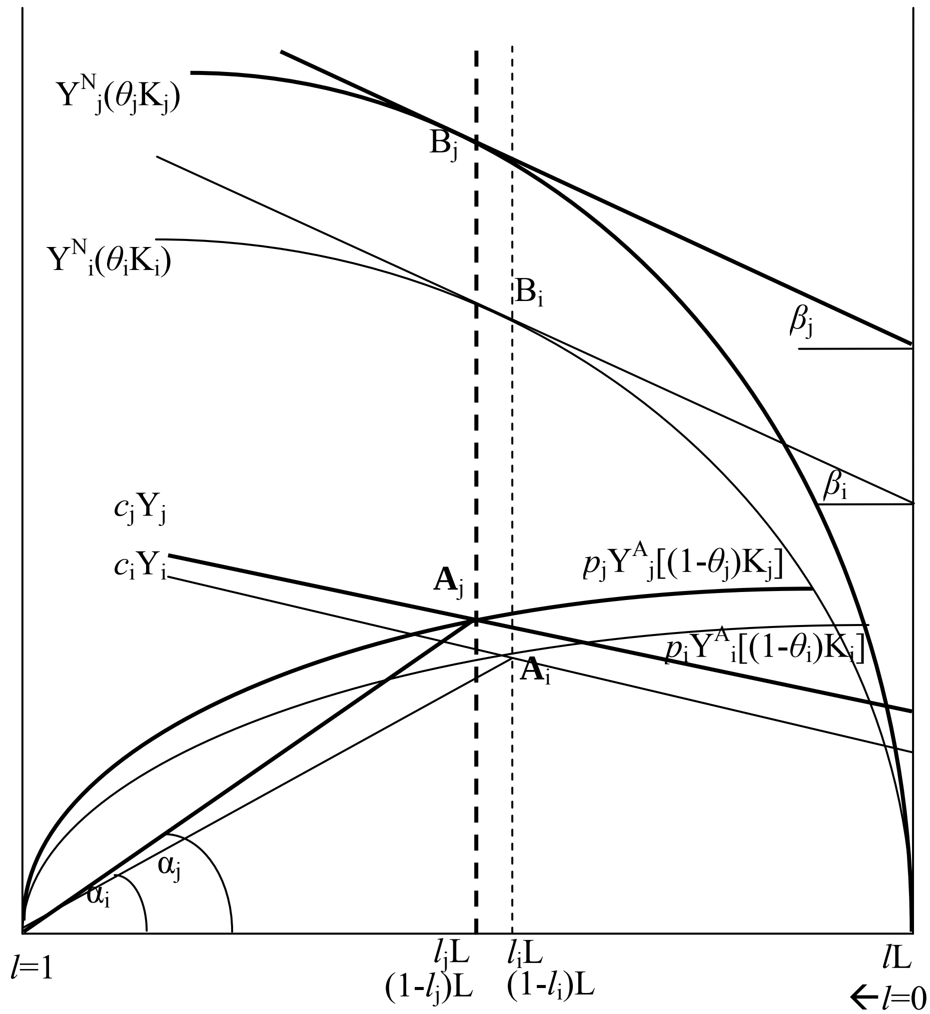

图 8.1 资本积累和劳动力转移均衡

令 μ 表示新增资本用于非农业的比重或投资的部门配置比，$\mu_t=\Delta K^N{}_t/\Delta K_t$，$t\in \mathbf{t}$，$\mu\in[1, 0]$，$\Delta K_t=(1-\mu_t)\Delta K_t+\mu_j\Delta K_t$。考虑下面两个时段$(i, j)\in \mathbf{t}$ 的等式：

(8.4) $K^N{}_j=\theta_j(K_i+\Delta K_j)$

(8.5) $K^N{}_j=\theta_i K_i+\mu_j\Delta K_j$

从它们中解出 θ_j 如下

$$(8.6)\qquad \theta_j=\frac{\theta_i K_i+\mu_j\Delta K_j}{K_i+\Delta K_j}=\frac{\theta_i}{1+g_{K,j}}+\frac{g_{K,j}}{1+g_{K,j}}\mu_j$$

$$=\theta_j(\mu_j)$$

其中$g_{K,j}=\Delta K_j/K_i$是K在时段$(i, j)\in \mathbf{t}$的增长率，$g_{K,j}\in(-1, 1)$。$\theta_j(\mu_j)$是线性函数。θ_i和$g_{K,j}$在时点j是已知数，所以只要知道μ_j便可知道θ_j并确定K^A_j和K^N_j，即确定图 8.1 中两条实物生产函数曲线的位置和形状。[7] 由于$\Delta K_j>0, g_{K,j}>0$, 因此

$$(8.7)\qquad \frac{d\theta_j}{d\mu_j}>0$$

θ_j 与 μ_j 同方向变化，对应于每个 $\mu_j\in[0, 1]$存在且仅仅存在一个 $\theta_j\in(0, 1)$。依 μ_j 从而 θ_j 的不同，经济在时点 $j\in \mathbf{t}$ 可能有无限多组均衡解(l_j, p_j)，在时段$(i, j)\in \mathbf{t}$ 有无限多个 $h_{i,j}=l_j-l_i$，其中 l_i 为已知数。由此可知若某个 $\theta_j(\mu_j)$使得$(l_j, p_j=p_i)$存在，则$(l_j, p_j=p_i)$必定是唯一的。相应于$(l_j, p_j=p_i)$，μ^E_j 为均衡的投资配置比。

下面的图 8.2 解释在 $j\in \mathbf{t}$ 上的无限多组时点均衡解(l_j, p_j)中应当存在时段均衡解$(l_j, p_j=p_i)$。图 8.2 通过寻找 μ^E_j 来发现时点和时段共同均衡$(l_j, p_j=p_i)$。首先设 $\theta_j(\mu_j=1)$，全部投资集中在非农部门，Y^N 线在投资约束下上扬到最高处。非农部门劳动需求强劲，劳动力转出农业，Y 增加，cY 上升；但 Y^A 由于既无投资又减少了劳动力而沿 pY^A 线下降，所以 p 将因为市场供不应求而提高并在 Y^A 曲线不变的情形下提升 pY^A 曲线。为避免 p 上升，一部分投资应当从非农部门转入农业，即 μ_j 从而 θ_j 必须降低，并一直降低到 p 出现下降趋势为止。反之，若从 $\theta_j(\mu_j=0)$开始，pY^A 曲线在 p 不变时上扬到最高处，农产品增产，可由于 Y^N 曲线保持在原位，Y 增加很少甚至还会由于非农劳动力向农业的转移而下降，因此由 Y 引申出来的 cY 没有增加或没有相应增加，农产品市场供过于求，p 将下降。为避免 p 下降，一部分投资必须从农业转到非农业，即 μ_j 从而 θ_j 必须提高，并一直提高到 p 出现上升趋势。图 8.2 显示在 $\theta_j(\mu_j)$调整过程中应当存在 $\theta_j(\mu^E_j)$使得 $K_i+\Delta K_j$ 的部门配置能够实现$(l_j, p_j=p_i)$即实现 $h^E_{i,j}$。

[7] 这里有一个前提，即 θ_j 在 θ_i 的邻域使得 μ_j 的变化有可能实现 θ_j。需要这个前提的原因是 ΔK_j 相对于 K_i 非常小，因此 μ_j 只能在微小程度上改变 θ_i。从另一个角度说，如果 θ_j 不在 θ_i 的邻域，则经济需要在一个方向上连续多时段地利用 μ 来达到所希望的 θ。

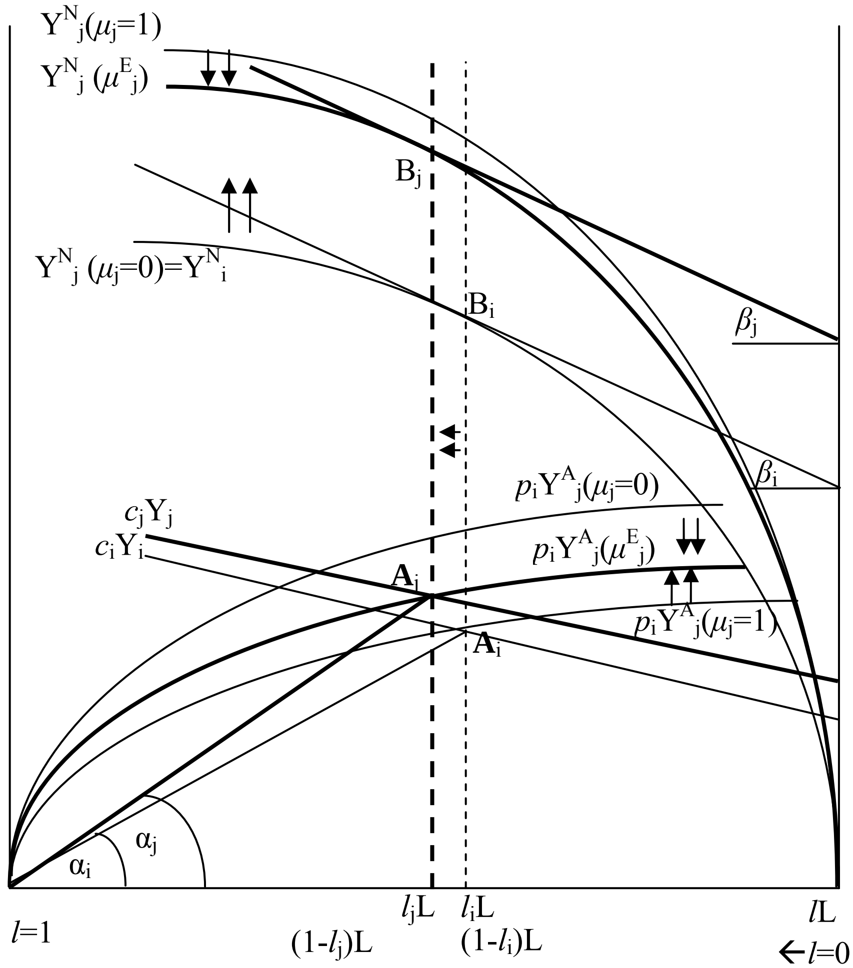

图 8.2 投资配置和劳动力转移均衡

9. 非农比升速均衡的数学解

本节的讨论考虑$\mathbf{V}_j=(K_j, \theta_j, L_j, c_j; l_j, p_j)\neq\mathbf{V}_i$、$i\in\mathbf{t}$, $j\in\mathbf{t}$且$j=i+1$ 的子集$\mathbf{V}_j=(L_j=L_i, p_j=p_i, K_j>K_i; \theta_j, c_j, l_j)$的存在性。$\mathbf{V}_j$表示与$\mathbf{V}_i$相比，若劳动总量不变，资本总量增加后资本配置比和劳动配置比两者以及农产品消费倾向的变化可以使得价格在资本总量增加后不变，即基本模型有$\mathbf{V}_j$的解子集(θ_j, c_j, l_j)。本节从第 5 节的劳动市场和商品市场的均衡方程出发证明$\mathbf{V}_j$的存在性。[8] 在形式上，K变化后的$\mathbf{V}$代表一个不同于K变化前$\mathbf{V}$的新$\mathbf{V}$，因此本节略去时点或时段

[8] 如果为基本模型增加一个决定资本配置的方程，扩展后的基本模型也许能够直接解出均衡配置

下标。

回顾劳动市场均衡方程(5.1)。由于 l^{E} 已经通过(5.8)解出，因此两市场均衡要求的 $p^{L,E}=p^{L,E}(l^{E})$已知。假设 K 出现外生变化并影响其他参数，我们考察劳动市场的反应和其实现 p^{L} 不变均衡的条件。把(5.1)转形为

$$\text{(9.1)}\quad p^{L,E}=\frac{(1-l^{E})L}{f^{A}[(1-\theta)K,(1-l^{E})L]}\frac{df^{N}[\theta K,l^{E}L]}{d(l^{E}L)}$$

$$=\frac{[1-l^{E}(K)]L}{f^{A}\{[1-\theta(K)]K,[1-l^{E}(K)]L\}}\frac{df^{N}[\theta(K)K,l^{E}(K)L]}{d[l^{E}(K)L]}$$

$$=p^{L,E}[l^{E}(K),\theta(K),K]$$

注意(9.1)第一个等号后是数，其时K、θ和L、l^{E}皆为已知数；第二个等号后才是函数，其时K可变并导致l^{E}、θ和$p^{L,E}$变化，因此p^{L}是K的函数。[9] (9.1)对t求微分得

$$\text{(9.2)}\quad \frac{dp^{L}}{dt}=\{-L\frac{1}{f^{A}}\frac{df^{N}}{d(lL)}+(1\text{-}l)L^{2}\frac{1}{(f^{A})^{2}}\frac{df^{A}}{d[(1-l)L]}\frac{df^{N}}{d(lL)}+(1\text{-}l)L^{2}\frac{1}{f^{A}}\frac{d^{2}f^{N}}{d(lL)^{2}}\}\frac{dl}{dt}$$

$$+\{(1\text{-}l)KL\frac{1}{(f^{A})^{2}}\frac{df^{A}}{d[(1\text{-}\theta)K]}\frac{df^{N}}{d(lL)}+(1\text{-}l)KL\frac{1}{f^{A}}\frac{d^{2}f^{N}}{d(lL)d(\theta K)}\}\frac{d\theta}{dt}$$

$$+\{-(1\text{-}\theta)(1\text{-}l)L\frac{1}{(f^{A})^{2}}\frac{df^{A}}{d[(1\text{-}\theta)K]}\frac{df^{N}}{d(lL)}+\theta(1\text{-}l)L\frac{1}{f^{A}}\frac{d^{2}f^{N}}{d(lL)d(\theta K)}\}\frac{dK}{dt}$$

$$=A\frac{dl}{dt}+B\frac{d\theta}{dt}+C\frac{dK}{dt}$$

其中 A、B、C 分别等于相应的 dp^{L}/dl、$dp^{L}/d\theta$ 和 dp^{L}/dK 项。注意 $f^{A}\neq0$。显然，A、B、C 可定义。(9.2)两侧除以 dK/dt 得

$$\frac{\frac{dp^{L}}{dt}}{\frac{dK}{dt}}=A\frac{\frac{dl^{L}}{dt}}{\frac{dK}{dt}}+B\frac{\frac{d\theta^{L}}{dt}}{\frac{dK}{dt}}+C$$

把上式中 p^{L}、l^{L} 和 θ^{L} 在时段(i, j)$\in\mathbf{t}$ 的变化视为仅仅由 K 在该时段变化的结果，上式

比。但在可以设想的价格中，资本价格或许更应当参与决定总资本数量而非总资本的部门配置。根据经济学理论，两部门商品的相对价格既是总劳动也是总资本部门配置的机制。本节试图利用相对价格机制同时调整总资本的部门配置。

[9] 在图 5.1 中，p^{L}(K)可以理解为直线 $p^{L}(l,$ K)本身随 K 变化而上下移动。

转形为

$$(9.3)\qquad \frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{L}}}{\mathrm{dK}}=\mathrm{A}\frac{\mathrm{d}l^{\mathrm{L}}}{\mathrm{dK}}+\mathrm{B}\frac{\mathrm{d}\theta^{\mathrm{L}}}{\mathrm{dK}}+\mathrm{C}$$

由于 A、B、C 可定义，所以只要 $\mathrm{d}l^{\mathrm{L}}/\mathrm{dK}$ 和 $\mathrm{d}\theta^{\mathrm{L}}/\mathrm{dK}$ 存在，$\mathrm{d}p^{\mathrm{L}}/\mathrm{dK}$ 亦存在。$\mathrm{d}l^{\mathrm{L}}/\mathrm{dK}$ 和 $\mathrm{d}\theta^{\mathrm{L}}/\mathrm{dK}$ 存在的条件分别是 $\mathrm{A}\neq 0$ 和 $\mathrm{B}\neq 0$。由(5.2)知

$$(9.4)\qquad \mathrm{A}=\frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{L}}}{\mathrm{d}l^{\mathrm{L}}}<0$$

我们再观察 B：

$$(9.5)\qquad \mathrm{B}=(1-l)\mathrm{KL}\frac{1}{(f^{\mathrm{A}})^2}\,\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}[(1-\theta)\mathrm{K}]}\,\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+(1-l)\mathrm{KL}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\,\frac{\mathrm{d}^2 f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})\mathrm{d}(\theta\mathrm{K})}$$

$$=(1-l)\mathrm{KL}\frac{1}{(f^{\mathrm{A}})^2}\left\{\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}[(1-\theta)\mathrm{K}]}\,\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+f^{\mathrm{A}}\frac{\mathrm{d}^2 f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})\mathrm{d}(\theta\mathrm{K})}\right\}>0$$

$\mathrm{B}>0$ 的原因是(9.5)等号右侧各项都是正数。可见$\mathrm{A}\neq 0$、$\mathrm{B}\neq 0$，所以$\mathrm{d}p^{\mathrm{L}}/\mathrm{dK}$存在。观察$\mathrm{d}p^{\mathrm{L}}/\mathrm{dK}=0$ 即在K变化时$p^{\mathrm{L}}[l(\mathrm{K}),\ \theta(\mathrm{K}),\ \mathrm{K}]=p^{\mathrm{L}*}$的条件，其中上标*表示常数。[10] 令$\mathrm{d}p^{\mathrm{L}}/\mathrm{dK}=0$并整理(9.3)得

$$(9.6)\qquad \frac{\mathrm{d}l^{\mathrm{L}}}{\mathrm{dK}}=-\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}\,\frac{\mathrm{d}\theta^{\mathrm{L}}}{\mathrm{dK}}-\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{A}}$$

已知 $\mathrm{A}<0$, $\mathrm{B}>0$ 且 C 可定义，因此 $\mathrm{d}p^{\mathrm{L}}/\mathrm{dK}=0$ 存在，K 变化后 p^{L} 可能不变。由于$(-\mathrm{B}/\mathrm{A})>0$，$\mathrm{d}p^{\mathrm{L}}/\mathrm{dK}=0$ 的条件之一是 $\mathrm{d}l^{\mathrm{L}}/\mathrm{dK}$ 与 $\mathrm{d}\theta^{\mathrm{L}}/\mathrm{dK}$ 同方向变化。

经济学解释：K 增加后，若 p 不变，则在 θ 下降即农业资本增加更快时，l 需要下降，劳动力需要更多地转向农业以减缓农业劳动实物平均产量的增长，保持劳动市场均衡。反之，若 θ 提高，为保持 p 不变的市场均衡，l 也需要提高，劳动力将更多地转向非农业以便让农业劳动平均产量的提高幅度赶上非农劳动边际产量的提高幅度。所以，资本变化后 l 和 θ 因资本变化而起的同方向调整可能在 p 不变时帮助实现劳动市场均衡。

继续观察商品市场。与观察劳动市场的方法类似，商品市场均衡方程(5.3)可变形为

[10] 在图 5.1 中，该条件表示 K 增加后经济的均衡点(l, p)沿着直线 $p^{\mathrm{L,E}}$E 向右移动。

$$(9.7)\qquad p^{G,E}=\gamma\frac{f^{N}(\theta K,l^{E}L)}{f^{A}[(1-\theta)K,(1-l^{E})L]}$$

$$=\gamma(K)\frac{f^{N}[\theta(K)K,l^{E}(K)L]}{f^{A}\{[1-\theta(K)]K,[1-l^{E}(K)]L\}}$$

$$=p^{G}[K,\gamma(K),l^{E}(K),\theta(K)]$$

注意(9.7)第一个等号后是数，其时 K、γ、θ 和 L、l^{E} 皆为已知数；第二个等号后是函数，其时 K 可变并导致 l^{E}、θ、γ 和 $p^{G,E}$ 变化，因此 p^{G} 是 K 的函数。求 p^{G} 即(9.7)的时间微分得

$$(9.8)\qquad \frac{dp^{G}}{dt}=\frac{f^{N}}{f^{A}}\frac{d\gamma}{dt}+\{\gamma L\frac{1}{(f^{A})^{2}}f^{N}\frac{df^{A}}{d[(1-l)L]}+\gamma L\frac{1}{f^{A}}\frac{df^{N}}{d(lL)}\}\frac{dl^{G}}{dt}$$

$$+(\gamma\frac{Kf^{N}}{(f^{A})^{2}}\frac{df^{A}}{d[(1-\theta)K]}+\gamma\frac{K}{f^{A}}\frac{df^{N}}{d(\theta K)})\frac{d\theta^{G}}{dt}$$

$$+\{-\gamma(1-\theta)\frac{f^{N}}{(f^{A})^{2}}\frac{df^{A}}{d[(1-\theta)K]}+\gamma\theta\frac{1}{f^{A}}\frac{df^{N}}{d(\theta K)}\}\frac{dK}{dt}$$

$$=Q\frac{d\gamma}{dt}+R\frac{dl^{G}}{dt}+S\frac{d\theta^{G}}{dt}+T\frac{dK}{dt}$$

其中 Q、R、S 和 T 分别表示相应的系数项，Q、R、S 和 T 可定义。(9.8)两侧除以 dK/dt 并考虑 p^{G}、l^{G}、θ^{G} 和 γ 的变化仅仅由 K 的变化决定得

$$(9.9)\qquad \frac{dp^{G}}{dK}=Q\frac{d\gamma}{dK}+R\frac{dl^{G}}{dK}+S\frac{d\theta^{G}}{dK}+T$$

由于 Q、R、S 和 T 可定义，因此只要 $d\gamma/dK$、dl^{G}/dK 和 $d\theta^{G}/dK$ 存在，dp^{G}/dK 便存在。而前三者存在的条件分别是 Q≠0、R≠0 和 S≠0。已知 $Q=(f^{N}/f^{A})\neq0$。观察 R。因为 R 中各项都是正数，所以

$$(9.10)\qquad R=\gamma L\frac{1}{(f^{A})^{2}}f^{N}\frac{df^{A}}{d[(1-l)L]}+\gamma L\frac{1}{f^{A}}\frac{df^{N}}{d(lL)}>0$$

同理有

$$(9.11)\qquad S=\gamma\frac{Kf^{N}}{(f^{A})^{2}}\frac{df^{A}}{d[(1-\theta)K]}+\gamma\frac{K}{f^{A}}\frac{df^{N}}{d(\theta K)}>0$$

所以 dp^G/dK 存在。考虑 $dp^G/dK=0$ 并整理(9.9)得

$$(9.12)\qquad \frac{dl^G}{dK}=-\frac{S}{R}\frac{d\theta^G}{dK}-\frac{Q}{R}\frac{d\gamma}{dK}-\frac{T}{R}$$

已知 Q>0, R>0, S>0 且 T 可定义，所以 $dp^G/dK=0$ 存在。由于(-S/R)<0, $dp^G/dK=0$ 的条件之一是 dl^G/dK 与 $d\theta^G/dK$ 反方向变化。该条件表示 K 增加后，若 p 不变，则在 θ 降低即农业资本增加更快时，农产量将迅速提高，因此 l 需要提高即劳动力需要更多地转向非农业，一方面抑制农产量提高，另一方面提高总产值及农产品需求来保证农产品市场供求平衡。反之，若 θ 提高，非农资本增加更快，总产值和农产品需求相应提高；为保证农产品供给，l 需要降低，劳动力更多地转向农业以提高农产量和保持商品市场均衡。

注意(9.12)中的(-Q/R)<0, 所以 $dp^G/dK=0$ 的条件之二是 dl^G/dK 与 $d\gamma/dK$ 反方向变化。注意

$$(9.13)\qquad \frac{d\gamma}{dK}=\frac{d\gamma}{dc}\frac{dc}{dY}\frac{dY}{dK}<0$$

其中($d\gamma/dc$)>0, (dc/dY)<0, (dY/dK)>0，所以 γ 和 K 成反比变化。dl^G/dK 与 $d\gamma/dK$ 反方向变化表示 K 增加后，若 p 以及 θ 保持不变，则在 γ 下降导致农产品需求相对缩小的情形下，l 必须上升以减少农业劳动力、降低农产品供给并同时增加非农劳动力以促进总收入增长、减缓农产品需求的下降幅度，保持商品市场均衡。

把(9.6)和(9.12)绘入以 $d\theta/dK$ 为横轴、dl/dK 为纵轴的坐标图如图 9.1。不失一般性，图 9.1 把 dl^L/dK 和 dl^G/dK 绘成两条直线。直线 dl^L/dK 表示为保持 K 变化后的劳动市场均衡并同时保持 p^L 不变，由 K 增加引起的 l^L 和 θ^L 的变化之间的相互关系。直线 dl^G/dK 则表示为保持 K 变化后的商品市场均衡并同时保持 p^G 不变，由 K 变化引起的 l^G 和 θ^G 的变化之间的相互关系。由于经济在一个时点仅可存在一个 $d\theta/dK$，因此 K 变化后的劳动和商品两市场不可能经由两个 $d\theta/dK$ 同时实现均衡，所以，两市场的同时均衡只可能出现在两条直线的交点即图 9.1 中的点 E，其时($d\theta^L/dK$)=($d\theta^G/dK$)=($d\theta^E/dK$)，(dl^L/dK)=(dl^G/dK)=(dl^E/dK)。两市场在分别并同时实现 p 不变均衡时达到唯一的一组解($d\theta^E/dK$, dl^E/dK)。

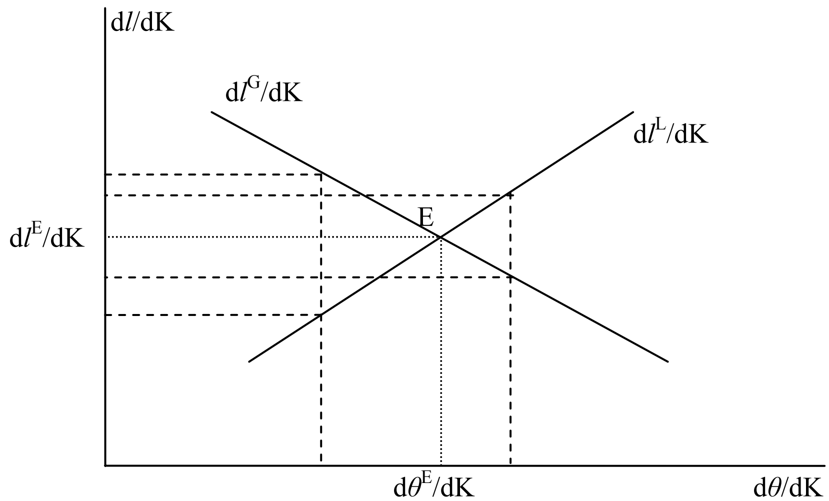

图 9.1 资本变化后非农比和资本配置比的均衡

合并(9.6)和(9.12)消去 dl^L/dK 得到

$$(9.14)\qquad -\frac{B}{A}\frac{d\theta^L}{dK}-\frac{C}{A}=-\frac{S}{R}\frac{d\theta^G}{dK}-\frac{Q}{R}\frac{d\gamma}{dK}-\frac{T}{R}$$

从(9.14)中解出$(d\theta^E/dK)=(d\theta^L/dK)=(d\theta^G/dK)$并整理为

$$(9.15)\qquad \frac{d\theta^E}{dK}=\frac{\frac{Q}{R}\frac{d\gamma}{dK}+\frac{T}{R}-\frac{C}{A}}{\frac{B}{A}-\frac{S}{R}}$$

$$=\frac{AQ}{BR-AS}\frac{d\gamma}{dK}+\frac{AT-CR}{BR-AS}$$

$$=\tau\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dK}+u$$

$$=\tau\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}+u$$

其中

$$\tau\frac{1}{\gamma}=\frac{\mathrm{AQ}}{\mathrm{BR}-\mathrm{AS}}$$

$$=-\frac{1}{\gamma}\ \frac{\theta(1\text{-}\theta)[l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]}{[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}][le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]+[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}][l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]}<0$$

$$(9.16)\quad \tau=-\frac{\theta(1\text{-}\theta)[l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]}{[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}][le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]+[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}][l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]}<0$$

$$(9.17)\quad u=\frac{\mathrm{AT}-\mathrm{CR}}{\mathrm{BR}-\mathrm{AS}}$$

$$=\tau\frac{1}{\mathrm{K}}\ \frac{(e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]+(e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]}{l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}$$

(9.15)假设 γ 在时段(i, j)$\in$**t** 中的变化全部由 K 在该时段的变化造成并用 $\dot{\gamma}$ 代表 dγ/dK，$\dot{\gamma}/\gamma$ 是 γ 在时段(i, j)$\in$**t** 内的变化率，$\dot{\gamma}/\gamma\in[0, 1]$，$\tau$ 是 γ 变化率对 dθ^{E}/dK 的影响系数，$e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}\in(0, 1)$、$e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}\in(0,\ 1)$、$e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}\in(0,\ 1)$和 $e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}\in(0,\ 1)$分别是农业与非农业的资本和劳动的产量弹性，$e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\in(0, 1)$和 $e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}\in(-1, 0)$则分别表示非农业部门资本和劳动的劳动边际产量弹性。注意这些弹性都是常数。τ 与 u 的计算见附录。

在(9.15)中，已知 B>0、R>0、A<0 和 S>0, 因此 BR-AS>0, BR-AS≠0，所以 dθ^{E}/dK 存在，dl^{E}/dK 亦存在，由此可知 dp/dK=0 存在，即给定 $\dot{\gamma}/\gamma$，集合 $\mathbf{V}_{\mathrm{j}}$ 的解子集(θ_{j}, l_{j})存在。K 在时段(i, j)$\in$**t** 变化或增加后，经济在该时段仅仅调整 θ 和 l 便可以实现时点短期均衡(l_{j}, $p_{\mathrm{j}}=p_{\mathrm{i}}$)而无需 p 在该时段内变化，因此经济可以同时实现时段短期均衡即 $h^{\mathrm{E}}_{\mathrm{i,j}}=l_{\mathrm{j}}(p_{\mathrm{j}}=p_{\mathrm{i}})-l_{\mathrm{i}}(p_{\mathrm{i}})$。

注意(9.15)中 dθ^{E}/dK 首先是个数，是模型的均衡解。假设 $\dot{\gamma}/\gamma$ 外生给定，由于 BR-AS≠0，因此 dθ^{E}/dK 作为一个数存在。(9.15)同时表示 dθ^{E}/dK 的取值受到 γ 变化率以及 τ 与 u 的影响。这里 γ 代表农产品消费倾向，与消费者偏好有关；τ 与 u 包含的各种产量弹性代表生产技术。所以，资本配置比在 K 发生一定变化后的变化量取决于偏好与技术两类因素的共同作用。

其次，如果 γ 在(i, j)$\in$**t** 的变化内生决定，(9.15)表明 dθ/dK 亦是 γ 变化的函数。$\dot{\gamma}/\gamma$ 代表农

产品消费倾向变化。由于A<0，BR-AS>0, AQ<0, 所以τ<0，dθ/dK和$\dot{\gamma}/\gamma$反方向变化。这里的经济学含义是如果在K增加造成θ变化的同时γ亦发生变化并影响θ，则γ降低导致总收入一定时农产品需求相对减少，因此dθ/dK需要提高以减少农业资本份额和相对减少农产品供给并同时增加非农资本份额和非农产品供给。注意(9.16)右侧的各个弹性分别表示两部门资本和劳动的生产率，因此τ表示两部门相对技术水平。τ决定了γ变化率影响dθ/dK的程度。由于τ<0，所以只要γ遵循其长期趋势变化，$\dot{\gamma}/\gamma<0$，θ在短期时段(i, j)$\in$**t**便将因γ的变化而提高。[11]

再次，(9.15)中的 u 同样表示两部门的相对技术水平。观察 u 的取值范围。在(9.17)中，已知 τ<0, K>0 且分式中的分母大于零，因此 u 的取值范围由(9.17)中的分子决定，并主要由 $e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}$ 和 $e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}$ 的相对大小决定。考虑到

$$(9.18)\qquad \frac{\Delta f^{\mathrm{A}}}{f^{\mathrm{A}}}=\frac{\dfrac{\Delta f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{L}^{\mathrm{A}}}}{\dfrac{f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{L}^{\mathrm{A}}}},\quad \frac{\Delta f^{\mathrm{N}}}{f^{\mathrm{N}}}=\frac{\dfrac{\Delta f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{L}^{\mathrm{N}}}}{\dfrac{f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{L}^{\mathrm{N}}}},\quad e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}=e_{\mathrm{K,APL}}^{\mathrm{A}},\quad e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}=e_{\mathrm{K,APL}}^{\mathrm{N}}$$

其中 $e_{\mathrm{K,APL}}^{\mathrm{A}}\in(0,1)$、 $e_{\mathrm{K,APL}}^{\mathrm{N}}\in(0,1)$分别是资本在农业和非农业的劳动平均产量弹性, (9.17)右侧的分子项可变形为

$$(9.19)\qquad (e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[l\text{-}le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]+(e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]$$

$$=(e_{\mathrm{K,APL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K,APL}}^{\mathrm{A}})[l\text{-}le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]+(e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K,APL}}^{\mathrm{A}})[le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]$$

u 的取值范围取决于农业和非农资本在各自部门的劳动平均产量弹性之差与非农资本的劳动边际产量弹性和农业资本的劳动平均产量弹性之差，以及影响这两个差的系数。就弹性的比较而言，我们有

---

[11] γ 的变化至少部分受到总收入 Y 的影响。(9.15)表明不了解 γ 的变化便无法求出 dθ/dK。但不先求出 dθ/dK，我们亦无法了解 γ 的变化，因为影响 γ 变化的 Y 不但与 K 和 dK 有关，也与 K 增加后 l 与 θ 的变化有关，所以 dl/dK 和 dθ/dK 不决定，Y 也不能决定，dc/dY 和 dγ/dc 亦无从知晓。就此而言，γ 在扩展的基本模型中至少应当在某种程度上作为内生变量处理并与其他变量一起在一般均衡的框架内解出。由于本节没有求出 dγ/dK, 因此本节仅仅在一定程度上揭示 p 不变的升速均衡的存在性。

$$(9.20)\quad u\begin{cases}<0 & e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,APL}}>e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K,APL}},e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,MPL}}>e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K,APL}}\\ =0 & e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,APL}}=e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K,APL}},e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,MPL}}=e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K,APL}}\\ >0 & e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,APL}}<e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K,APL}},e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,MPL}}<e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K,APL}}\end{cases}$$

(9.19)展示的情况比仅仅考虑$e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,APL}}$、$e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K,APL}}$和$e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,MPL}}$三个弹性之间简单关系的(9.20)复杂得多。例如，若$e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,APL}}>e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K,APL}}>e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,MPL}}$，视$l-le^{\mathrm{A}}_{\mathrm{L}}-(1-l)e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{L,MPL}}$和$le^{\mathrm{A}}_{\mathrm{L}}+(1-l)e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{L}}$的相对大小，(9.17)仍然可能有$u$>0、$u$=0和$u$<0三种情况。就(9.20)列出的简单情形看，$u$的变化方向视($e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,APL}}-e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K,APL}}$)和($e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,MPL}}-e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K,APL}}$)的取值而定。这里的经济学含义是如果K变化引起的$\theta$变化不受同时发生的$\gamma$变化的影响，则$\theta$的变化方向取决于两部门的相对技术水平，或者说取决于两部门劳动的平均产量各自对资本增加的反应程度以及非农劳动的边际产量对资本增加的反应程度。具体地说，如果农业产量对资本增加的反应更为强烈即农业资本增加某一比率后农业劳动平均产量的提高程度高于非农资本增加同一比率后非农劳动边际和平均产量的提高程度，即$e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K,APL}}>e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,APL}}$，$e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K,APL}}>e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,MPL}}$，$u$>0，$\theta$将提高即非农资本将比农业资本增加更快，以便实现非农劳动边际产量的增长率等于农业劳动平均产量增长率，保证p不变的劳动市场均衡；同时，θ提高亦为了实现非农劳动平均产量的增长率等于农业劳动平均产量增长率，以便在γ不变的前提下保证p不变的商品市场均衡。反之，若非农产量对资本增加的反应更为强烈，u<0, θ将降低，农业资本将增加更快。

把(9.15)分别代入(9.6)和(9.12)求出同时实现时点和时段均衡的dl/dK。首先观察(9.6)。用(9.15)代替(9.6)中的dθ/dK得到

$$(9.21)\quad \frac{\mathrm{d}l^{\mathrm{L,E}}}{\mathrm{dK}}=-\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}(\tau\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}+u)-\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{A}}$$

$$=-\tau\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}-(u\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}+\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{A}})$$

$$=\upsilon\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}+v。$$

其中

$$(9.22)\quad \upsilon = -\tau\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}$$

$$= -\tau\frac{l(1-l)}{\theta(1-\theta)}\frac{\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}} + (1-\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}}{l - le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}} - (1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}$$

$$= -\frac{l(1-l)[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}} + (1-\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}]}{[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}} + (1-\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}][le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}} + (1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}] + [\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}} + (1-\theta)e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}][l - le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}} - (1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]} < 0$$

$$(9.23)\quad v = -(u\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}} + \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{A}})$$

$$= \frac{l(1-l)}{\theta(1-\theta)}\frac{1}{\mathrm{K}}\frac{u\mathrm{K}[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}} + (1-\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}] + \theta(1-\theta)[e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}} - e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}]}{l - le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}} - (1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}$$

同理，(9.12)变形为

$$(9.24)\quad \frac{\mathrm{d}l^{\mathrm{G}}}{\mathrm{dK}} = -\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{R}}(\tau\frac{\dot{\gamma}}{\gamma} + u) - \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{R}}\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{dt}} - \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{R}}$$

$$= -\tau\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{R}}\frac{\dot{\gamma}}{\gamma} - \gamma\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{R}}\frac{\dot{\gamma}}{\gamma} - (u\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{R}} + \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{R}})$$

$$= -(\tau\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{R}} + \gamma\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{R}})\frac{\dot{\gamma}}{\gamma} - (u\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{R}} + \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{R}})$$

$$= \varphi\frac{\dot{\gamma}}{\gamma} + z$$

其中

$$(9.25)\quad \varphi = -(\tau\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{R}} + \gamma\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{R}})$$

$$= -\frac{l(1-l)}{\theta(1-\theta)}\frac{1}{le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}} + (1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}}[\tau(\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}} + (1-\theta)e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}) + \theta(1-\theta)]$$

$$= -l(1-l)\frac{\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}} + (1-\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}}{[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}} + (1-\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}][le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}} + (1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}] + [\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}} + (1-\theta)e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}][l - le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}} - (1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]} < 0$$

$$(9.26)\quad z = -(u\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{R}} + \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{R}})$$

$$= -\frac{l(1-l)}{\theta(1-\theta)}\frac{1}{\mathrm{K}}\frac{1}{le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}} + (1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}}\{u\mathrm{K}[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}} + (1-\theta)e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}] - \theta(1-\theta)(e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}} - e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})\}$$

注意(9.21)和(9.24)首先是两个数，严格地说是两个相等的数，是 dl/dK 的均衡解，即 K 变化后，为实现 p 不变的两市场共同均衡，l 相应于 K 变化而发生的变化量。显然，两市场共同均衡时，$dl^{L,E}/dK=dl^{G,E}/dK=dl^{E}/dK$，所以(9.21)和(9.24)数值相等。

同时，如果允许γ随K变化，dl^{E}/dK又成为$d\gamma/dK$的函数。(9.22)和(9.25)分别证明$\upsilon<0$, $\varphi<0$, 因此dl^{E}/dK与γ反方向变化。对此的经济学解释是如果γ因为K的增加而降低，消费者对农产品需求相对减少，为了保持农产品相对价格不变和市场均衡，l需要提高，劳动力向非农部门转移，以便生产更少农产量，减少农产品市场供给，同时增加非农产量与总收入以提升农产品市场需求。也就是说，消费者对农产品的偏好改变后，如果市场价格不变，经济需要调整两部门的相对产量来维持市场均衡，而调整相对产量的途径是调整生产要素----劳动和资本----在两部门的相对投入，即相应于消费者偏好的变化，经济把可资利用的生产要素更多地用于某一部门，更少地用于另一部门，以便生产出来的相对产量，正好满足消费者改变了的相对需求，而不必要改变两部门商品的相对价格。[12]

回顾(9.15), 由 K 变化造成的 θ 的变化与 γ 变化成反比。因此，在本文的基本模型框架内，θ 和 l 都与 γ 反方向变化。由于 γ 的长期趋势是不断降低，所以在非农比上升和总收入提高的过程中，若其他条件不变，γ 的变化能够引导 θ 和 l 不断提高。显然，消费者偏好是一种促使经济结构变化、投资或资本向非农部门集中、劳动力从农业向非农业转移的重要因素或者力量。

(9.21)和(9.24)中的 υ、φ、v 和 z 与(9.15)中的 τ 和 u 一样表示两部门的相对技术水平，前四个量和后两个量包括的弹性种类和弹性差种类相同。它们表明 γ 作用 dl/dK 的程度同时受到两部门生产技术水平的影响。如果不考虑 γ 的作用，l 因 K 变化而发生变化的方向与程度将完全由两部门技术水平 v 和 z 决定。由于弹性种类和弹性差种类相同，(9.20)关于 u 取值范围的说明适用于 v 和 z，关于 $d\theta/dK$ 和两部门相对技术水平关系的论述也适用于 dl/dK 和技术水平的关系。

[12] 注意这里不包括任何否定或者轻视相对价格机制的含义。恰恰相反，正是相对价格在时段(i, j)内的反复不断的波动，指引着要素在两部门流动。对于劳动力来说，由相对价格参与决定的某一部门工资高，他们就向该部门流动而脱离另一部门；对于资本来说，由相对价格参与决定的部门相对收益引导资本向收益高的部门流动。没有相对价格波动，要素流动便没有方向。所谓均衡只是相对价格波动和要素流动的某个瞬时性结果。本节指出的仅仅是某个时段内相对价格波动和要素流动最后实现的均衡，其均衡价格有可能与该时段开始时的价格相等。

10. Cobb-Douglas 生产函数的例子

为了更清楚地揭示前面研究的经济学意义，本节用常见的 Cobb-Douglas 生产函数为例计算第 5 节与第 9 节推导获得的若干均衡方程或条件。

把第 4 节建立的农业和非农业生产函数 f^{A} 和 f^{N} 表述为 Cobb-Douglas 生产函数的最简形式如下：

$$(10.1)\quad f^{A}[(1-\theta)K, (1-l)L]=[(1-\theta)K]^{\alpha}[(1-l)L]^{1-\alpha}$$

$$(10.2)\quad f^{N}[\theta K, lL]=(\theta K)^{\beta}(lL)^{1-\beta}$$

$\alpha\in(0, 1), \beta\in(0, 1)$。设 $K>0, L>0, \theta\in(0, 1), l\in(0, 1)$, 所以 $f^{A}>0$，$f^{N}>0$。它们的若干弹性为

$$(10.3)\quad e_{K}^{A}=\alpha,\ e_{L}^{A}=1-\alpha,\ e_{K,APL}^{A}=\alpha,\ e_{K}^{N}=\beta,\ e_{L}^{N}=1-\beta,\ e_{K,APL}^{N}=\beta,\ e_{K,MPL}^{N}=\beta,\ e_{L,MPL}^{N}=-\beta$$

所有这些弹性都在上一节出现过。注意各弹性指的资本或劳动是所涉及部门的资本或劳动总量，即两部门生产函数中的$(1-\theta)$K 或 θK 与$(1-l)$L 或 lL。

首先考虑第 5 节讨论的时点均衡解。把(10.1)和(10.2)代入求解 l^{E} 的方程(5.8)得

$$(10.4)\quad \frac{(1-l)L}{f^{A}}\frac{df^{N}}{d(lL)}=\gamma\frac{f^{N}}{f^{A}}$$

$$(1-l)L\frac{df^{N}}{d(lL)}=\gamma f^{N}$$

$$[(1-l)][L(1-\beta)(\theta K)^{\beta}(lL)^{-\beta}]=\gamma(\theta K)^{\beta}(lL)^{1-\beta}$$

解出 l^{E} 为

$$(10.5)\quad l^{E}=\frac{1-\beta}{1-\beta+\gamma}$$

把(10.5)代入劳动市场或商品市场均衡方程(5.1)或(5.3)得到 $p^{L,E}=p^{G,E}=p^{E}$ 如下：

$$(10.6)\quad p^{E}=\gamma^{\alpha}\theta^{\beta}(1-\theta)^{-\alpha}(1-\beta)^{1-\beta}(1-\beta+\gamma)^{\beta-\alpha}K^{\beta-\alpha}L^{\alpha-\beta}$$

其次考虑第 9 节讨论的时段均衡解。把(10.1)、(10.2)和(10.3)代入求解 $d\theta^{E}/dK$ 的方程(9.15)得

$$(10.7)\quad \frac{\mathrm{d}\theta^{\mathrm{E}}}{\mathrm{dK}}=\tau\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}+u$$

$$=-\theta(1-\theta)\frac{1-l(1-\frac{\alpha}{\beta})}{1-\theta(1-\frac{\alpha}{\beta})}\,\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}-\frac{1}{\mathrm{K}}\theta(1-\theta)\frac{1-\frac{\alpha}{\beta}}{1-\theta(1-\frac{\alpha}{\beta})}$$

注意 $\theta(1-\frac{\alpha}{\beta})\neq 1$。这是因为，若 $\theta(1-\frac{\alpha}{\beta})=1$，则

$$(10.8)\quad \theta-\theta\frac{\alpha}{\beta}=1$$

且

$$\theta\beta-\theta\alpha=\beta$$

但由于 $\theta\in(0, 1), \beta\in(0, 1), \alpha\in(0, 1)$, 所以 $\theta\beta<\beta, \theta\alpha>0$, 所以 $\theta\beta-\theta\alpha<\beta$，(10.8)不成立。

若 γ 不变或($\mathrm{d}\gamma/\mathrm{dK}$)=0, (10.7)变为

$$(10.9)\quad \frac{\mathrm{d}\theta^{\mathrm{E}}}{\mathrm{dK}}=u=-\frac{1}{\mathrm{K}}\theta(1-\theta)\frac{1-\frac{\alpha}{\beta}}{1-\theta(1-\frac{\alpha}{\beta})}$$

代入(10.1)-(10.3)到(9.21)求出劳动市场均衡所要求的 $\mathrm{d}l^{\mathrm{L,E}}/\mathrm{dK}$ 如下:

$$(10.10)\quad \frac{\mathrm{d}l^{\mathrm{L,E}}}{\mathrm{dK}}=\upsilon\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}+v$$

$$=-l(1-l)\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}$$

其中 v=0。再将(10.1)-(10.3)代入(9.24)求出商品市场均衡要求的 $\mathrm{d}l^{\mathrm{G,E}}/\mathrm{dK}$:

$$(10.11)\quad \frac{\mathrm{d}l^{\mathrm{G,E}}}{\mathrm{dK}}=\varphi\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}+z$$

$$=-l(1-l)\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}$$

其中 z=0。可见

$$(10.12)\quad \frac{\mathrm{d}l^{\mathrm{L,E}}}{\mathrm{dK}}=\frac{\mathrm{d}l^{\mathrm{G,E}}}{\mathrm{dK}}$$

(10.10)或(10.11)表明，若 Cobb-Douglas 生产函数适用，K 变化所造成的 l 变化将仅仅受 γ 变化的影响，或者说如果 γ 不变，l 将不随 K 变化。影响 dθ/dK 变化的两部门相对技术水平不影响 dl/dK 变化。具体地说，如果 γ 不变，K 变化后经济只要调整 θ 就可以实现两市场均衡，不但 p 无需变化，而且 l 也无需变化。但(10.9)进一步说明如果 α 等于 β，则 K 变化后经济连 θ 也无需调整就可能保持均衡。对此的经济学解释是 Cobb-Douglas 函数具有性质 $e_{\mathrm{K}}=e_{\mathrm{K,APL}}=e_{\mathrm{K,MPL}}$。利用该性质，(9.20)中 u 的变化方向可以由 $e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}$ 与 $e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}$ 之差亦即(10.1)和(10.2)中的 α 与 β 之差决定。γ 不变意味着农业产值和非农业产值之比不变，所以若资本增加前经济已经实现均衡，则资本增加后，如果两部门资本的产量弹性相等，$\alpha=\beta$，则两部门资本增长率相同，两部门产量增长率便相同，总收入和农产品需求增长率相同，农产品需求亦与农产品供给增长率相同，所以商品市场均衡；同时，由于资本产量弹性与资本的劳动边际产量及劳动平均产量弹性相等，所以若两部门资本增长率相等，资本产量弹性相等，则非农资本增加带来的非农劳动边际产量的增长率也等于农业资本增加造就的农业劳动平均产量的增长率，因此劳动市场也均衡，两市场同时均衡，而资本配置比、劳动配置比和相对价格都不发生变化。假如 γ 不变但 $\alpha\neq\beta$，$\alpha>\beta$，此时农业的资本产量弹性大于非农业的资本产量弹性。如果两部门资本增长率相同，农产量增长率将高于非农产量与总收入增长率。为保持原有相对价格上的商品市场均衡，经济需要降低农业资本增长率而相应提高非农资本增长率；经济在如此调整的时候也同时降低了由资本增长带来的农业劳动平均产量的增长率、提高了非农业劳动边际产量的增长率，因此劳动市场亦恢复均衡，显然劳动力的部门配置即非农比无须调整。如果在 γ 不变且 $\alpha>\beta$ 时 l 亦调整并上升，劳动力向非农业转移，农产量虽然会相应降低而有助于商品市场均衡，但农业劳动平均产量增长率将更高于非农劳动边际产量增长率，劳动市场将陷入更严重的不均衡；如果 l 下降，劳动力向农业转移，减缓农业劳动平均产量增长率、提升非农劳动边际产量增长率，劳动市场易于均衡，但商品市场却由于农业劳动力的增加而更加供过于求，所以，若 γ 不变且 $\alpha>\beta$，为保证相对价格不变的经济均衡，经济在资本增加后仅仅需要调整资本的部门配置，而无需也无法改变劳动的部门配置。在相反的情形下，γ 不变且 $\alpha<\beta$，经济降低非农资本增长率、提

高农业资本增长率就可以实现两市场在原先相对价格水平上的均衡，亦无需且无法改变劳动的部门配置即非农比。

资本增加即投资。因此，如同第 8 节的图形阐述可延伸解释的那样，在 Cobb-Douglas 生产函数的特殊情形下，经济仅仅调整投资配置比就可以实现两市场均衡而无需改变劳动配置比，l 不需要随 K 变化而变化。由于 $\alpha>\beta$ 是经济学家的共识，所以在 Cobb-Douglas 技术适用的特殊情形下，两部门技术水平差距本身就可以在资本增加时导致资本配置比提高，资本向非农业集中。但仅仅技术水平差距不能在资本增加的时候促使劳动力向非农业转移和提升非农比。造成农业劳动力转移和非农比提高的唯一力量是农产品消费倾向随资本增加、总收入上升而发生的降低趋势。当然，本文建立的基本模型没有考虑许多其他力量。例如，两部门技术进步速度的差异可能是另一种促使非农比上升的力量。假设农业技术进步快于非农业技术进步，或者说 Cobb-Douglas 生产函数的要素产量弹性可变且在时段(i, j)$\in\mathbf{t}$ 内出现的

$$(10.13)\quad \frac{\alpha_{\mathrm{j}}}{\beta_{\mathrm{j}}}>\frac{\alpha_{\mathrm{i}}}{\beta_{\mathrm{i}}}$$

足够大，使得在时点 j$\in\mathbf{t}$ 上全部投资用于非农业，非农业劳动的边际产量和平均产量的增长率依然低于农业劳动平均产量因农业技术进步更快而获得的增长率，此时为避免相对价格变动并实现两市场共同均衡，农业劳动力便必须向非农业转移，非农比必须提高。此外，重大的制度变革和自然条件的有利变化对农业和非农业的影响程度往往不同，因此都扮演着类似两部门技术进步速度差异的角色。例如 1980 年前后中国农业生产制度的变革便相对于非农部门资本生产率而大大提高了农业部门生产率。连续数年的风调雨顺也会提高农业的相对生产率。另一方面，抑制人口增长甚至直接减少人口的重大自然和人为灾难、非农消费品的时尚潮流等等起着类似于 γ 下降的作用，亦可能促进农业劳动力转移。但无论如何，如果 Cobb-Douglas 生产函数适用，则在本文基本模型的理论框架内，资本增长和农产品消费倾向下降将是推动农劳比长期上升的基本力量。,

参考文献：

Hu, Jingbei, 2009, Intersectoral Migration of Agricultural Labor and Business Cycles in

Developing Countries, Working Papers No. 402, Stanford Center of International Development, Stanford University; 或《经济发展文论》，第 5 期, 同济大学中德学院。

----------, 2011, Beyond Todaro: A Re-Consideration of Comparative Macroeconomic Relevance between Unemployment and Migration in Developing Countries, Working Papers No. 433, Stanford Center of International Development, Stanford University; 或《经济发展文论》，第 2 期, 同济大学中德学院。

Kaldor, Nicholas, 1961, Capital Accumulation and Economic Growth, in Lutz, Friedrich A. and Douglas C. Hague, eds., The Theory of Capital, St. Martins Press: 177-222.

胡景北，2008a, 经济发展过程中的价格波动与均衡，《经济发展文论》，第 1 期，同济大学中德学院

---------- 2008b，度量农业劳动力转移：概念选择和经济学意义，《经济发展文论》，第 5 期，同济大学中德学院。

---------- 2009a，中国乡城移民的宏观经济学，《经济发展文论》，第 1 期，同济大学中德学院。

---------- 2010a，论中国背景的宏观经济学，《经济发展文论》，第 1 期，同济大学中德学院。

---------- 2010b，农业劳动力转移的概念与特征事实，《经济发展文论》，第 3 期，同济大学中德学院。

(更多文献见 Hu 或者胡景北上述工作论文的参考文献部分)

附录：τ 和 u 的证明

1．τ 和 u 的证明

已知

$$\text{(A1)}\quad \tau\frac{1}{\gamma}=\frac{\mathrm{AQ}}{\mathrm{BR}-\mathrm{AS}}$$

$$=\frac{\mathrm{Q}}{\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}\mathrm{R}-\mathrm{S}}<0$$

由(9.5)知

$$\text{(A2)}\quad \mathrm{B}=(1\text{-}l)\mathrm{KL}\frac{1}{(f^{\mathrm{A}})^2}\{\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}[(1\text{-}\theta)\mathrm{K}]}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+f^{\mathrm{A}}\frac{\mathrm{d}^2f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})\mathrm{d}(\theta\mathrm{K})}\}>0$$

$$=(1\text{-}l)\mathrm{KL}\frac{1}{(f^{\mathrm{A}})^2}\{\frac{(1\text{-}\theta)\mathrm{K}}{(1\text{-}\theta)\mathrm{K}}\frac{f^{\mathrm{A}}}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}[(1\text{-}\theta)\mathrm{K}]}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+f^{\mathrm{A}}\frac{\mathrm{d}^2f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})\mathrm{d}(\theta\mathrm{K})}\frac{\theta\mathrm{K}}{\theta\mathrm{K}}(\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}/\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})})\}$$

$$=(1\text{-}l)\mathrm{KL}\frac{1}{(f^{\mathrm{A}})^2}\{\frac{1}{(1\text{-}\theta)\mathrm{K}}f^{\mathrm{A}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K}}+f^{\mathrm{A}}e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,MPL}}\frac{1}{\theta\mathrm{K}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}\}$$

$$=(1\text{-}l)\mathrm{KL}\frac{1}{(f^{\mathrm{A}})^2}\frac{1}{\theta(1\text{-}\theta)\mathrm{K}}\ f^{\mathrm{A}}\ \frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}\{\theta e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K}}+(1\text{-}\theta)\ \ e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,MPL}}\}$$

$$=\frac{1}{\theta(1\text{-}\theta)}(1\text{-}l)\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}\{\theta e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{K}}+(1\text{-}\theta)\ \ e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{K,MPL}}\}$$

由(9.1)知

$$\text{(A3)}\quad \mathrm{A}=\text{-}\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+(1\text{-}l)\mathrm{L}^2\frac{1}{(f^{\mathrm{A}})^2}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}[(1-l)\mathrm{L}]}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+(1\text{-}l)\mathrm{L}^2\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}^2f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})^2}$$

$$=\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\{\text{-}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+(1\text{-}l)\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}[(1-l)\mathrm{L}]}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+(1\text{-}l)\mathrm{L}\frac{\mathrm{d}^2f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})^2}\frac{l}{l}[\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}/\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}]\}$$

$$=\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\{\text{-}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{L}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}+(1\text{-}l)e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{L,MPL}}\frac{1}{l}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}]\}$$

$$=\ \frac{1}{l}\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}\{\text{-}l+l\,e^{\mathrm{A}}_{\mathrm{L}}+(1\text{-}l)e^{\mathrm{N}}_{\mathrm{L,MPL}}\}$$

所以

(A4)

$$\frac{B}{A}=\frac{1}{\theta(1\text{-}\theta)}(1\text{-}l)L\frac{1}{f^{A}}\frac{df^{N}}{d(lL)}\{\theta e_{K}^{A}+(1\text{-}\theta)e_{K,MPL}^{N}\}/\frac{1}{l}L\frac{1}{f^{A}}\frac{df^{N}}{d(lL)}\{\text{-}l+le_{L}^{A}+(1\text{-}l)e_{L,MPL}^{N}\}$$

$$=\frac{1}{\theta(1\text{-}\theta)}(1\text{-}l)\{\theta e_{K}^{A}+(1\text{-}\theta)\ \ e_{K,MPL}^{N}\}/\frac{1}{l}\{\text{-}l+le_{L}^{A}+(1\text{-}l)e_{L,MPL}^{N}\}$$

$$=\text{-}\frac{l(1-l)}{\theta(1\text{-}\theta)}\frac{\theta e_{K}^{A}+(1\text{-}\theta)e_{K,MPL}^{N}}{l\text{ - }le_{L}^{A}-(1-l)e_{L,MPL}^{N}}$$

由(9.10)和(9.11)知

(A5)

$$R=\gamma L\frac{1}{(f^{A})^{2}}f^{N}\frac{df^{A}}{d[(1-l)L]}+\gamma L\frac{1}{f^{A}}\frac{df^{N}}{d(lL)}$$

$$=\gamma L\frac{1}{(f^{A})^{2}}\{\frac{(1-l)L}{(1-l)L}\frac{f^{A}}{f^{A}}f^{N}\frac{df^{A}}{d[(1-l)L]}+f^{A}\frac{df^{N}}{d(lL)}\frac{lL}{lL}\frac{f^{N}}{f^{N}}\}$$

$$=\gamma L\frac{1}{(f^{A})^{2}}\{\frac{1}{(1-l)L}f^{A}f^{N}e_{L}^{A}+\frac{1}{lL}f^{A}f^{N}e_{L}^{N}\}$$

$$=\gamma L\frac{1}{(f^{A})^{2}}\frac{1}{l(1-l)L}f^{A}f^{N}\{le_{L}^{A}+(1\text{-}l)e_{L}^{N}\}$$

$$=\gamma\frac{1}{l(1-l)}\frac{1}{f^{A}}f^{N}\{le_{L}^{A}+(1\text{-}l)e_{L}^{N}\}$$

与

(A6)

$$S=\gamma\frac{Kf^{N}}{(f^{A})^{2}}\frac{df^{A}}{d[(1-\theta)K]}+\gamma\frac{K}{f^{A}}\frac{df^{N}}{d(\theta K)}$$

$$=\gamma K\frac{1}{f^{A}}\{\frac{1}{f^{A}}f^{N}\frac{df^{A}}{d[(1-\theta)K]}\frac{(1\text{-}\theta)K}{(1\text{-}\theta)K}+\frac{df^{N}}{d(\theta K)}\frac{\theta K}{\theta K}\frac{f^{N}}{f^{N}}\}$$

$$=\gamma K\frac{1}{f^{A}}\{\frac{1}{(1\text{-}\theta)K}f^{N}e_{K}^{A}+\frac{1}{\theta K}f^{N}e_{K}^{N}\}$$

$$=\gamma\frac{1}{\theta(1\text{-}\theta)}\,\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}\{\theta\,e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)\,e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}\}$$

因此

(A7) $$\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}\mathrm{R\text{-}S}=(-\frac{l(1-l)}{\theta(1\text{-}\theta)}\,\frac{\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}}{l\text{-}le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}})\{\gamma\frac{1}{l(1-l)}\,\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}[l\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}l)\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]\}$$

$$-\gamma\frac{1}{\theta(1\text{-}\theta)}\,\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}[\theta\,e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)\,e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}]$$

$$=\text{-}\gamma\frac{1}{\theta(1\text{-}\theta)}\,\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}\frac{\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}}{l\text{-}le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}[l\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}l)\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]$$

$$\text{-}\gamma\frac{1}{\theta(1\text{-}\theta)}\,\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}[\theta\,e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)\,e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}]$$

$$=\text{-}\gamma\frac{1}{\theta(1\text{-}\theta)}\,\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}\{\frac{\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}}{l\text{-}le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}[l\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}l)\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]+[\theta\,e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)\,e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}]\}$$

$$=\text{-}\gamma\frac{1}{\theta(1\text{-}\theta)}\,\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}\frac{[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}][le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]+[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}][(l\text{-}le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]}{l\text{-}le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}$$

由(9.8)知

(A8) $$\mathrm{Q}=\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}$$

因此

(A9) $$\tau\frac{1}{\gamma}=\frac{\mathrm{Q}}{\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}\mathrm{R}-\mathrm{S}}$$

$$=\text{-}1/[\gamma\frac{1}{\theta(1\text{-}\theta)}\,\frac{[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}][le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]+[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}][(l\text{-}le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]}{l\text{-}le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}]$$

$$=\text{-}\frac{1}{\gamma}\theta(1\text{-}\theta)\frac{l\text{-}le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}{[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}][le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]+[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}][l\text{-}le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]}]$$

以及

(A10) τ=

$$-\theta(1\text{-}\theta)\frac{l - le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}} - (1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}{[\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}} + (1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}][le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}} + (1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}] + [\theta e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}} + (1\text{-}\theta)e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}][l - le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}} - (1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]} < 0$$

(A10)即正文中的(9.16)

2．u 的证明

已知

$$\text{(A11)}\quad u = \frac{\mathrm{AT}-\mathrm{CR}}{\mathrm{BR}-\mathrm{AS}} = \frac{\mathrm{T}-\frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{A}}}{\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}\mathrm{R}-\mathrm{S}}$$

由(9.2)、(9.8)、(A3)和(A5)知

$$\mathrm{A}=-\frac{1}{l}\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}[l\text{-}l\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}\text{-}(1\text{-}l)\,e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]$$

$$\mathrm{C}=(1\text{-}l)\frac{1}{\mathrm{K}}\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}(e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})$$

$$\mathrm{R}=\gamma\frac{1}{l(1-l)}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}[l\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}l)\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]$$

$$\mathrm{T}=\gamma\frac{1}{\mathrm{K}}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}(e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})$$

所以

$$\text{(A12)}\quad \mathrm{CR}=[(1\text{-}l)\frac{1}{\mathrm{K}}\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}(e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})]\{\gamma\frac{1}{l(1-l)}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}[l\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}l)\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]\}$$

$$=\gamma\frac{1}{l}\frac{1}{\mathrm{K}}\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}(e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[l\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}l)\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]$$

和

$$\text{(A13)}\quad \frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{A}}=\{\gamma\frac{1}{l}\frac{1}{\mathrm{K}}\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}(e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[l\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1\text{-}l)\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]\}$$

$$/\{-\frac{1}{l}\mathrm{L}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}f^{\mathrm{N}}}{\mathrm{d}(l\mathrm{L})}[l\text{-}l\,e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}\text{-}(1\text{-}l)\,e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]\}$$

$$=-\gamma\frac{1}{\mathrm{K}}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}\frac{(e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]}{l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}$$

因此

$$\text{(A14)}\quad \mathrm{T}-\frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{A}}=\gamma\frac{1}{\mathrm{K}}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}(e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}\text{ - }e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})\text{-}\{-\gamma\frac{1}{\mathrm{K}}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}\frac{(e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]}{l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}\}$$

$$=\gamma\frac{1}{\mathrm{K}}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}\frac{(e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]+(e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]}{l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}$$

又，由(A9)知

$$\text{(A15)}\quad \frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}\mathrm{R}\text{-}\mathrm{S}=\gamma\mathrm{Q}\frac{1}{\tau}$$

所以

$$\text{(A16)}\quad u=\frac{\mathrm{T}-\frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{A}}}{\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}\mathrm{R}-\mathrm{S}}$$

$$=\{\gamma\frac{1}{\mathrm{K}}\frac{1}{f^{\mathrm{A}}}f^{\mathrm{N}}\frac{(e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]+(e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]}{l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}\}/(\gamma\mathrm{Q}\frac{1}{\tau})$$

$$=\tau\frac{1}{\mathrm{K}}\frac{(e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}]+(e_{\mathrm{K,MPL}}^{\mathrm{N}}\text{-}e_{\mathrm{K}}^{\mathrm{A}})[le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}+(1-l)e_{\mathrm{L}}^{\mathrm{N}}]}{l\text{ - }le_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-(1-l)e_{\mathrm{L,MPL}}^{\mathrm{N}}}$$

(A16)即正文中的(9.17)。

Impressum

Jingji fazhan wenlun，Nr. 3/2011 vom 16. November 2011

Arbeitspapiere für Wirtschaftsentwicklung/Working Papers for Economic Development

ISSN-Nr. 1860-2207

Herausgeber: Prof. Dr. Jingbei Hu

Redaktion: Prof. Dr. Jingbei Hu

Verlag: Verlag China Translation Bonn

Druck: Lehrstuhl für Volkswirtschaftslehre am Chinesisch-Deutschen Hochschulkolleg (CDHK), Shanghai, VR China

Jingji fazhan wenlun (Arbeitspapiere für Wirtschaftsentwicklung/Working Papers for Economic Development) ist das offizielle Organ des Lehrstuhls für Volkswirtschaftslehre und des Instituts für Wirtschaftsentwicklung am CDHK

Internet-Adresse: www.hujingbei.net

E-Mail-Adresse: jingbeihu@yahoo.com

Tel.: +86 (0)21 6598 0687